GÉNESIS Y EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LOS CONCEPTOS DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA COMO HERRAMIENTA METODOLÓGICA

Directora: María Eugenia Ángel

Investigadores: Graciela Fernández
Laura Polola
Liliana Pagano
Silvia Brunetti
Miriam Ecalle
Enrique Borgna

Informe Final

Diciembre de 2006

PRESENTACIÓN

Tras varios años de dedicar la tarea de investigación a la búsqueda de estrategias y metodologías de enseñanza, recorrimos aspectos muy diversos como fuentes de recursos para el mejoramiento del proceso educativo. En esta ocasión hemos de ocuparnos de uno de ellos, quizás el más paradigmático a la hora de revisar los fundamentos donde se cimienta la ciencia que nos ocupa. Es el momento de situarnos en el proceso histórico donde se sucedieron los hechos que hicieron surgir los conceptos que hoy conforman los currículums de las asignaturas de Probabilidad y Estadística[1] en los distintos niveles de educación.

La estadística ha jugado un papel preponderante en el desarrollo de las sociedades, particularmente en nuestros días al convertirse en una herramienta metodológica indiscutible para todo investigador en cualquier campo del saber.

Además de su carácter instrumental para otras disciplinas, se reconoce el valor del desarrollo del razonamiento estadístico en una sociedad caracterizada por la disponibilidad de información y la necesidad de toma de decisiones en ambientes de incertidumbre.[2]

En el siglo XX la estadística ha pasado a ser uno de los componentes culturales presentes en el currículo de la educación media y superior de muchos países del mundo, entre ellos de Argentina. La estadística forma parte de la herencia cultural necesaria para el ciudadano educado de hoy.

En las sociedades impredecibles de nuestros días donde la característica es la velocidad de los cambios, nos preocupamos continuamente por cuál es la mejor forma de preparar a los jóvenes y qué contenidos relevantes deben incluirse en los programas de esta asignatura dado el dinamismo propio de la ciencia y de su enseñanza.

Por lo expuesto, los objetivos que nos proponemos alcanzar en la presente investigación, orientados al mejoramiento de la calidad del proceso educativo en esta disciplina, son:

- Revalorizar la historia y evolución de la ciencia en el proceso educativo.
- Evidenciar cómo la necesidad en su contexto histórico motivó el continuo desarrollo y crecimiento de la Estadística y más tarde de la Estadística Matemática.
- Reflexionar sobre cómo se produce la construcción del conocimiento.

[1] En adelante, con el término Estadística se denominará en forma sintética el área de la matemática que comprende a Probabilidad y a Estadística la razón de esta identificación será explicada más adelante.
[2] Batanero, Carmen. “Los retos de la cultura estadística”. Congreso de Estadística. Caseros, Argentina, 2003

- Lograr que los antecedentes históricos de las nociones estadísticas constituyan un verdadero puente entre la Ciencia Estadística y los saberes del campo específico de los alumnos.
- Lograr que los alumnos reconozcan los principales hitos de la Ciencia Estadística.
- Valorizar la Estadística como herramienta del quehacer laboral y cotidiano.

La concepción del uso de la historia en la educación varía en función de la filosofía de las matemáticas que se posea constituyendo uno de los ejemplos más importantes de la relación entre la ideología o la filosofía y la práctica educativa matemática.

Creemos además que en contraposición con la inclusión de la historia como fuente de recursos motivadores de carácter anecdótico, existe la opción de diseñar programas estructurados con base en el devenir histórico concreto.

La importancia de introducir la historia en la educación matemática no es producto de un desarrollo intrínseco de los contenidos matemáticos, sino que está profundamente condicionado por objetivos que encuentran sentido y coherencia especialmente en las visiones aceptadas consciente o inconscientemente sobre la naturaleza de las matemáticas. Por esto es que más allá de la importancia de las actividades intelectuales de los hombres en su contexto histórico debe enfatizarse el papel de la ideología entendida como conjunto más o menos coherente de representaciones de la conciencia en su construcción. Ésta representa, en efecto, un adecuado punto de partida para entender las actividades de la evolución de los hombres.

El Rol de la historia

La introducción de la historia como herramienta en la enseñanza de la estadística se enmarca dentro de una visión filosófica que la avala y determina el concepto de enseñanza sobre el que se sustenta el trabajo en el aula.

Al respecto, Miguel de Guzmán[3] afirma que la filosofía prevalente sobre lo que la actividad matemática representa tiene un fuerte influjo, más efectivo a veces de lo que aparenta, sobre las actitudes profundas respecto de la enseñanza matemática. Desde la publicación de la tesis doctoral de I. Lakatos (1976), Proofs and refutations, se han producido cambios bastante profundos en el campo de las ideas acerca de lo que verdaderamente es el quehacer matemático.

La antigua definición de la matemática como ciencia del número y de la extensión, corresponde a un estadio de la matemática en que el enfrentamiento con la realidad se había plasmado en dos aspectos fundamentales, la complejidad proveniente de la multiplicidad (lo que da origen al número, a la aritmética) y la complejidad que procede del espacio (lo que da lugar a la geometría, estudio de la extensión). Más adelante el mismo espíritu matemático se habría de enfrentar con:

- ✓ la complejidad del símbolo (álgebra)
- ✓ la complejidad del cambio y de la causalidad determinística (cálculo)
- ✓ la complejidad proveniente de la incertidumbre en la causalidad múltiple incontrolable (probabilidad, estadística)
- ✓ complejidad de la estructura formal del pensamiento (lógica matemática).

La filosofía de la matemática actual ha dejado de preocuparse tan insistentemente como en la primera mitad del siglo XX sobre los problemas de su fundamentación, especialmente tras los resultados de Gödel a comienzos de los años 30, para enfocar su atención en el carácter cuasiempírico de la actividad propia (I. Lakatos), así como en los aspectos relativos a la historicidad e inmersión de la matemática en la cultura de la sociedad en la que se origina (R. L. Wilder), considerándola como un subsistema cultural con características en gran parte co-

[3] Miguel de Guzmán. Una consideración de fondo. ¿Qué es la actividad matemática? Tomado de "Tendencias actuales de la enseñanza de la matemática", Studia Pedagógica. Revista de Ciencias de la Educación, 21 (1989)

munes a otros sistemas semejantes. Tales cambios en lo hondo del entender y del sentir mismo de los matemáticos sobre su propio quehacer vienen provocando, de forma más o menos consciente, fluctuaciones importantes en las consideraciones sobre lo que la enseñanza matemática debe ser.

La educación matemática se debe concebir como un proceso de inmersión en las formas propias de proceder del ambiente matemático, a la manera como el aprendiz de artista va siendo imbuido casi imperceptiblemente, en la visión peculiar de la escuela en la que se entronca. Esta idea tiene profundas repercusiones en la manera de enfocar su enseñanza y aprendizaje.

La matemática es originalmente empírica. Su invención –o su descubrimiento- es mucho más interesante que su construcción formal y es necesario que la inmersión en ella se realice teniendo en cuenta mucho más intensamente la experiencia y la manipulación de los objetos de los que surge. La formalización rigurosa de las experiencias iniciales corresponde a un estadio posterior. *A cada fase de desarrollo mental, como a cada etapa histórica o a cada nivel científico, le corresponde su propio rigor*.

Para entender esta interacción fecunda entre la realidad y la matemática es necesario acudir por una parte a su historia, que devela ese proceso de emergencia de la matemática en el tiempo y por otra parte a sus aplicaciones, que hacen patentes su fecundidad y potencia. Con ello se hace obvio cómo la matemática ha procedido de forma muy semejante a las otras ciencias, por aproximaciones sucesivas, por experimentos, por tentativas, unas veces fructíferas, otras estériles, hasta que va alcanzando una forma más madura, aunque siempre perfectible. Una enseñanza ideal debería tratar de reflejar este carácter profundamente humano de la matemática, ganando con ello en asequibilidad, dinamismo, interés y atractivo.

Es decir la ideología se instala como factor social que determina el devenir no sólo intelectual, sino socio-histórico.

Hace tiempo es reconocida la importancia del uso de la Historia de la Matemática en la enseñanza de esta ciencia; prueba de esto es la creación del Grupo *History and Pedagogy of Mathematics* del International Committee of Mathematics Instruction (ICMI) dependiente de la International Mathematic Union (IMU) fundado en 1940.

Según el epistemólogo Guillermo Boido: "Se pretende señalar los riesgos que entrañan la ausencia de *vertientes culturales* en la educación científica que se imparte hoy. Se presenta

ante el educando una versión (irreal) de una ciencia desvinculada del quehacer concreto del investigador y del contexto histórico, social y cultural que enmarcó su tarea y sus logros[…]

Dado el carácter ahistórico de la práctica de la enseñanza actual se corre el riesgo de dar una imagen desnaturalizada del quehacer científico y de la ciencia misma, conocimiento provisional, evolutivo, autocrítico y autocorrectivo".[4]

Afirma Ángel Ruiz[5] que innumerables textos hacen referencias a pasajes históricos y, en ciertas ocasiones, el orden histórico se ha tomado como base en la explicación de contenidos. La historia de la ciencia, después de largos años desde su profesionalización ha empezado a ocupar un lugar peculiar y un papel cada vez más significativo en las aproximaciones epistemológicas y educacionales alrededor de las ciencias. Sin embargo, el uso de la historia de la Matemática ha sido muy reducido incluso en buena parte de la enseñanza moderna, no aparece en ninguna forma y hasta en la formación profesional docente se ha eximido de su aprendizaje o solo se dan casos de "cursos aislados y poco meditados".

A propósito de la formación docente, Batanero (2002)[6] describe los componentes básicos de la formación didáctica de los profesores, a saber:

- "La reflexión epistemológica sobre el significado de los conceptos, procedimientos (en general objetos) particulares que se pretende enseñar, es decir, en este caso, la reflexión epistemológica sobre la naturaleza del conocimiento estocástico, su desarrollo y evolución.
- Análisis de las transformaciones del conocimiento para adaptarlos a los distintos niveles de enseñanza. Este análisis permite reflexionar sobre los diversos niveles de comprensión posibles respecto a un mismo conocimiento y valorar el nivel y forma particular en que un determinado concepto podría ser enseñado a una persona particular.
- Estudio de las dificultades, errores y obstáculos de los alumnos en el aprendizaje y sus estrategias en la resolución de problemas que permitirán orientar mejor la tarea de enseñanza y evaluación del aprendizaje.

[4] Artículo de Guillermo Boido, a raíz del Programa de Epistemología, Lógica, Metodología e Historia de la Ciencia de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires. *"Historia de la ciencia y vida en la ciencia. Algunas reflexiones educativas"*. 1996.

[5] Extractos del artículo de Ángel Ruiz, Director del Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-Matemáticas de la Universidad de Costa Rica aparecido en el Boletín Informativo del Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM) Año 5, N° 2. Noviembre de 1997.

[6] Batanero, Carmen., 2003. op. cit.

- Análisis del currículo, situaciones didácticas, metodología de enseñanza para temas y recursos didácticos específicos. Todo ello forma parte de los recursos metodológicos disponibles para mejorar la acción didáctica".

La Dra. Herminia Hernández Fernández[7] aporta más elementos sobre los principios didácticos que deben estar presentes en cada momento de la enseñanza, como ser el carácter científico que exige que la enseñanza de la matemática sea exacta y presupone que hay que mostrar el movimiento y desarrollo de los modelos matemáticos, conceptos, teoremas, métodos matemáticos, y que éstos tienen su origen en la realidad objetiva, en las relaciones conjuntistas, estructurales y de posición y que son sus imágenes abstractas a menudo muy alejadas de la realidad.

Y aclara que unos de los aspectos que contribuyen a hacer dinámico el pensamiento es tener en cuenta el hecho histórico acompañado del análisis de las insuficiencias y de las limitaciones de un concepto matemático en un determinado momento y su reemplazo por otro, que satisfaga esas limitaciones.[8]

Modelos de Construcción y Adquisición del Conocimiento.

Teorías del Aprendizaje

Las teorías del aprendizaje en vigencia tienen sus fundamentos teóricos en distintas corrientes de la psicología, que a su vez fueron alternándose en el protagonismo y nutriéndose unas de otras con el correr del tiempo.

Hasta la década del cincuenta, la psicología fue influida por el fuerte auge del conductismo, que surgió a comienzos del siglo XX en EE.UU e Inglaterra.

Este movimiento se caracterizó por:

- su rigor metodológico
- sentaba las bases para una psicología cientificista
- cubría la necesidad de comprobar o predecir las conductas humanas.

---

[7] Hernández Fernández, H.; Delgado Rubí, J. R.; Fernández de Alaiza, B.; Valverde Ramirez, L. y Rodríguez Hung, T.. "Cuestiones de Didáctica de la Matemática". Conceptos y procedimientos en la Educación Polimodal y Superior. *Serie educación*. Homo Sapiens Ediciones. 1998, Rosario, Argentina. pp. 7-8.

[8] Hernández Fernández, H. y otros (1998). P.21.

En 1913, Watson propone hacer una psicología objetiva y antimentalista. Para desarrollarla recurrió a los trabajos de Pavlov sobre los reflejos condicionados. El objetivo era que la conducta observable fuera controlada por el ambiente, estableciendo así el condicionamiento como paradigma experimental del conductismo.

El núcleo central de esta teoría está constituido por su concepción asociacionista del conocimiento y del aprendizaje. Situado en la tradición del asociacionismo que nace en Aristóteles, el conductismo comparte la teoría del conocimiento del empirismo inglés, cuyo exponente más lúcido es la obra de Hume (1739/1740) *"A treatise of human nature"*. Según Hume, el conocimiento humano está constituido exclusivamente de impresiones e ideas. Las impresiones serían los datos primitivos recibidos a través de los sentidos, mientras que las ideas serían copias que recoge la mente de esas mismas impresiones, que perdurarían una vez desvanecidas éstas.[9]

Desde esta perspectiva el origen del conocimiento serían las sensaciones, pues las ideas no tienen valor en sí mismas dado que es la asociación de ideas lo que permite el conocimiento según los principios de semejanza, contigüidad espacial y temporal y causalidad. Siendo estos los principios básicos del pensamiento y el aprendizaje humano, los mismos constituyen el núcleo central de la teoría psicológica del conductismo.

Se consideraba que los seres vivos inicialmente son una *"tábula rasa"*, y todo se adquiere a través del medio por mecanismos asociativos, esta teoría toma como área fundamental de estudio el aprendizaje, que se centra en la estructura de la conducta como una copia isomórfica de las contingencias o covariaciones ambientales. Por ello, para estudiar cómo se efectuaban esas asociaciones se realizaron experiencias simples con ratas o palomas.

Desde conductistas radicales como Watson y Skinner, puede decirse que el aprendizaje prescinde de variables internas, de las características propias de cada individuo, de los procesos internos del aprendizaje. La enseñanza se reduce a preparar las contingencias de *refuerzo* que facilitan la adquisición de los esquemas y tipos de conducta deseados.

A partir del condicionamiento operante de Skinner, los supuestos didácticos del conductismo, consideran el aprendizaje como un proceso ciego y mecánico de asociación entre estímulos, respuestas y recompensas, y por otro lado en la creencia del poder absoluto de los reforzadores, siempre que se apliquen adecuadamente sobre unidades simples de conducta.

Las unidades de análisis del conductismo eran tan reducidas que impedían captar aspectos significativos del comportamiento humano. El conductismo rechaza el uso de la intros-

[9] Pozo, Juan Ignacio: "Teorías cognitivas del aprendizaje". Ediciones Morata, S.L.

pección pero no la propia existencia de la mente ni su estudio, sostiene que esto debería efectuarse a través de métodos objetivos mediante índices conductuales.

A partir de Hull se comienzan a incorporar variables intervinientes, surgiendo el neoconductismo. En este enfoque neoconductista, el aprendizaje es un proceso de conocimiento, de comprensión de relaciones, donde las condiciones externas actúan mediadas por las condiciones internas. La explicación de cómo se construyen, condicionados por el medio, los esquemas internos que intervienen en las respuestas conductuales, es su problema capital y un propósito prioritario.[10] Cualquier variable mediacional o interviniente que se defina ha de ser isomorfa con las variables observables, es decir la mente es una copia de la realidad, un reflejo de ésta y no al revés. Por ello, la mayor parte de los conductistas adhieren al ambientalismo, y tanto los asociacionistas como los mecanicistas sitúan el principio motor de la conducta fuera del organismo siendo el aprendizaje controlado por el ambiente. Desde esta perspectiva, el comportamiento humano está determinado por contingencias sociales que rodean, orientan y especifican las influencias de los reforzadores, destacándose el carácter pasivo del organismo que se limita a responder a las contingencias ambientales.

El conductismo sostiene tres tipos de equivalencias: a) todos los estímulos o respuestas son equivalentes, es decir cualquier estímulo puede asociarse con la misma facilidad y siguiendo las mismas leyes asociativas a cualquier otro estímulo o respuesta – esto justifica las experiencias de laboratorio alejadas de ambientes naturales-; b) la universalidad filogenética de los mecanismos asociativos – interpretación fixista de la continuidad filogenética- y c) la equivalencia entre todos los organismos de la misma especie – lo cual justifica el desprecio por las características individuales y la semejanza de los hombres a las tábulas rasas-.

La educación desde este enfoque se convierte en una simple tecnología para programar refuerzos en el momento oportuno. El proceso de enseñanza, limita su análisis a las conductas observables, es decir a las relaciones extrínsecas entre estímulo y respuesta para comprobar la regularidad de correspondencias entre ciertas entradas y determinadas salidas. La dinámica interna del organismo es simple y lineal, y el aprendizaje se torna mecánico pues resulta ser un proceso de relación entre entradas y salidas (estímulos y respuestas observables), reduciendo su perspectiva al campo biológico.

Los neoasociacionistas reconocen que no todas las asociaciones se adquieren con la misma facilidad, pero ello no implica la existencia de mecanismos de aprendizajes distintos

---

[10] Gimeno Sacristán, José – Pérez Gómez, Angel: "*Comprender y transformar la enseñanza*". Ed. Morata. Madrid, 1996.

de la asociación, es decir se recurre al innatismo para evitar los problemas derivados de la naturaleza selectiva del aprendizaje. De esta forma el asociacionismo no puede explicar nunca el origen de los significados, es decir no proporciona ninguna razón o argumento por la cual una cosa es más fácil o más difícil de aprender que otra.

Piaget a diferencia del conductismo, distingue entre el aprendizaje en sentido estricto por el que se adquiere del medio información específica, y aprendizaje en sentido amplio que consiste en el progreso de las estructuras cognitivas por procesos de equilibración. El primer tipo de aprendizaje, representado principalmente por el condicionamiento clásico y operante está subordinado al segundo, o sea que el aprendizaje de conocimientos específicos depende por completo del desarrollo de estructuras cognitivas generales. De esta forma, trata de reducir el aprendizaje asociativo a una situación especial de aprendizaje por reestructuración. El progreso cognitivo no es consecuencia de la suma de pequeños aprendizajes puntuales, sino que está regido por un proceso de equilibración, así el aprendizaje se produce ante un conflicto cognitivo.

Para que el equilibrio se produzca, existen dos procesos complementarios: la asimilación y la acomodación. La asimilación es el proceso por el que el sujeto interpreta la información que proviene del medio, en función de sus esquemas o estructuras conceptuales disponibles; a través de la acomodación los conceptos e ideas se adaptan recíprocamente a las características reales del mundo.[11] La acomodación no sólo sirve para que los esquemas de asimilación se adecuen a la realidad, sino también para explicar el cambio de estos esquemas cuando esa adecuación no se produce. Esto significa que la adquisición de un nuevo concepto puede modificar toda la estructura conceptual precedente, integrarse en estructuras de conocimientos ya existentes , o consistir en un saber aislado. Ambos procesos se implican necesariamente, y del desequilibrio entre estos dos procesos surge el aprendizaje o el cambio cognitivo.

Según Piaget, habría dos tipos de respuesta a los estados de desequilibrios, por un lado las no adaptativas en las que el sujeto no toma conciencia del conflicto existente y por ello no efectuará nada para modificar sus esquemas y las respuestas adaptativas que consisten en aquellas en las que el individuo es consciente de la perturbación y trata de resolverla.

[11] Pozo, Juan Ignacio: Ibidem 1

De acuerdo a Piaget y García[12] para que exista un progreso en el desarrollo del conocimiento, el conjunto de esquemas organizados se ven sometidos a tres tipos de análisis que implican una reorganización jerárquica progresiva:

a) Análisis intraobjetal: mediante el cual se descubren una serie de propiedades en los objetos o en los hechos analizados.
b) Análisis interobjetal: donde se establecen relaciones ente los objetos o características antes descubiertos.
c) Análisis transobjetal que consiste en establecer vínculos entre las diversas relaciones construidas, de forma que compongan un sistema o estructura total.

Desde este enfoque una teoría o sistema de conceptos es sustituída por otra ya sea en la génesis individual o en la historia de la ciencia. Es decir que cuando un científico modifica una teoría puede comenzar mediante un análisis intraobjetal o interobjetal hasta aumentar el nivel de complejidad, y este progreso se caracteriza por una toma de conciencia que se inicia en las cualidades de los objetos, continúa luego con las relaciones entre estos objetos finalizando en las transformaciones que pueden tener dentro de un sistema.

El papel de la toma de conciencia en la conceptualización y el cambio conceptual estaría ligado a una abstracción reflexiva que conduciría a niveles de equilibrios y desequilibrios cada vez más complejos. *La toma de conciencia del conflicto cognitivo debe considerarse como una condición necesaria pero no suficiente para la reestructuración de los conocimientos, pues sólo mediante una respuesta adaptativa en la que el sujeto toma conciencia del conflicto e intenta resolverlo acomodando sus esquemas, puede lograrse una reestructuración.*

La teoría piagetiana de la equilibración, de esta forma, afronta el problema de explicar la aparición de estructuras generales de conocimiento que poseen un carácter necesario o universal. Fodor y Chomsky optan por estructuras mentales innatas, Piaget intenta mostrar cómo esas estructuras pueden ser necesarias sin ser innatas[13].

Existen múltiples datos que muestran que el aprendizaje por reestructuración puede apoyarse muchas veces en adquisiciones asociativas previas, por lo que los aprendizajes de conceptos se pueden explicar también entre interacciones de asociación y reestructración, y no simplemente de aprendizaje por descubrimiento. *La interacción social y la instrucción son muy importantes en el aprendizaje de conceptos, y al reducir todo el aprendizaje a desarrollo*

---

[12] Piaget, J. y García, R: " Psicogénesis e historia de la ciencia". Trad. cast. de P. Piñero. Ed. Siglo XXI, México, 1983

[13] Pozo, Ignacio: Ibidem 1

o a adquisiciones espontáneas y necesarias, Piaget defiende el individualismo, equiparando el descubrimiento o invención con reestructuración.

Vygotski también rechaza por completo los enfoques reduccionistas de la psicología mecanicista que considera al aprendizaje como una mera acumulación de reflejos o asociaciones entre estímulos y respuestas, pues considera que la conciencia y el lenguaje no pueden ser ajenos a la psicología. Por otra parte no descarta lo fisiológico respecto a las relaciones dialécticas con lo mental, pues no niega la importancia del aprendizaje asociativo, aunque lo trata como un mecanismo claramente insuficiente.

Basa su psicología en el concepto de actividad, considerando que el hombre no se limita a responder a los estímulos sino que actúa sobre ellos, transformándolos, y ello es posible gracias a la mediación de instrumentos que se interponen entre el estímulo y la respuesta. De esta forma el sujeto modifica el estímulo, es decir no responde sólo ante su presencia como una actividad mecánica sino que actúa sobre él, ya que los mediadores son instrumentos que transforman la realidad y su función no es adaptarse pasivamente a las condiciones ambientales sino modificarlas activamente.

Diferencia dos tipos de instrumentos en función de la actividad del hombre: el primero de ellos se trata de la herramienta que actúa materialmente sobre el estímulo, modificándolo y el segundo se refiere a los signos o símbolos que median las acciones culturales de los hombres. El sistema de signos usado con mayor frecuencia es el lenguaje hablado, pero existen otros tipos que permiten actuar sobre la realidad como los sistemas de medición, la aritmética, el sistema de lectoescritura entre otros. Pero a diferencia de la herramienta, el signo no modifica materialmente el estímulo sino que modifica a la persona que lo utiliza como mediador y a la vez actúa sobre la interacción de esa persona con su entorno.

Los mediadores simbólicos o significados, provienen del medio social externo y deben ser asimilados o interiorizados por cada sujeto en interacción con los objetos y personas. Según Vygotski la ley fundamental de la adquisición de conocimiento comienza siempre a través del intercambio social para luego internalizarse o hacerse intrapersonal. En el desarrollo cultural del niño, toda función aparece dos veces: primero entre personas (interpsicológica), y después en el interior del propio niño (intrapsicológica)[14]. Esta ley recibe el nombre de ley de doble formación, pues para él todo conocimiento se adquiere dos veces, se inicia desde el ex-

[14] Vygotskii, LS: "*El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*". Trad. cast. de S. Furió. Ed Crítica. Barcelona, 1979.

terior por procesos de aprendizajes que más adelante se transforman en procesos de desarrollo interno.

Así, el aprendizaje precede temporalmente al desarrollo de la misma forma que la asociación precede a la reestructuración. Esta precedencia temporal queda manifiesta entre los dos niveles de desarrollo o dos tipos de conocimiento en las personas: el nivel de desarrollo efectivo está determinado por lo que el sujeto logra hacer en forma autónoma sin ayuda de personas o mediadores externos, representa los mediadores ya internalizados por el sujeto. En cambio el nivel de desarrollo potencial estaría constituido por lo que el sujeto sería capaz de hacer con ayuda de otras personas o instrumentos mediadores externos, que aún no han sido internalizados.

La diferencia entre el desarrollo efectivo y el desarrollo potencial es la *zona de desarrollo potencial* de ese sujeto en esa tarea o dominio concreto. De esta forma Vygotski considera que tanto psicólogos como educadores deben focalizar su interés en el desarrollo potencial de las personas, y por ello tienen especial importancia los procesos de instrucción a través de facilitadores externos.

Centra su atención en los conceptos que tienen su origen en la palabra, y una vez internalizada se constituye en signo mediador, pues no son meras conexiones asociativas y estos para llegar a ser internalizados necesitan del uso de la palabra. Dado que las personas disponen de dos sistemas distintos de conceptuar la realidad: uno basado en categorías difusas o probabilísticas y el otro consistente en conceptos clásicos o lógicamente definidos que interactúan entre sí. Dentro de las categorías de conceptos se encuentran los pseudoconceptos que actúan como puente o nexo hacia los conceptos, pues en la medida que los mismos se basan en una generalización a partir de rasgos similares constituyendo una vía para la formación de conceptos propiamente dichos.

Por otra parte, los conceptos se constituyen por una segunda vía la de los conceptos potenciales que consisten en la abstracción de un rasgo constante en una serie de objetos, y en este caso, no sólo hay una generalización sino también procesos de análisis que permiten diferenciar o aislar un rasgo para su estudio. Pero por cualquiera de estas dos vías, basadas en procesos inductivos o asociativos, difícilmente se llegue a la formación de conceptos verdaderos o abstractos como son los conceptos científicos.

A través de los procesos tradicionales de abstracción, los conceptos cotidianos (o espontáneos) sólo pueden llegar a ser representaciones generales, lo que los diferencia de los conceptos científicos. Y por ello la diferencia entre estos conceptos no es tanto en su conteni-

do sino en el proceso de aprendizaje que media en su adquisición. Por lo tanto, según Vygotski los conceptos verdaderos son los conceptos científicos adquiridos a través de la instrucción y tienen tres rasgos característicos en su adquisición:

a) los conceptos científicos forman parte de un sistema.
b) Se adquieren a través de una toma de conciencia de la propia actividad mental
c) Implican una relación especial con el objeto basada en la internalización de la esencia del concepto.[15]

Los dos primeros aspectos son fundamentales en la adquisición de conceptos científicos y determinan el logro del tercero. Estos conceptos verdaderos se producen cuando el sujeto toma conciencia en la formación de los mismos. Por ello los conceptos espontáneos y científicos se aprenden por vías opuestas: los espontáneos van de lo concreto a lo abstracto en cambio los científicos de lo abstracto a lo concreto.

Ello implica que los conceptos científicos pueden aprenderse sólo cuando los conceptos espontáneos se hallan desarrollado, es decir que éstos no pueden construirse sin el referente de los conceptos espontáneos. Los conceptos verdaderos sólo pueden formarse por reestructuración a través de asociaciones previas, relacionando ambos sistemas de conceptos de modo dialéctico, necesitándose o complementándose entre sí.

Método Genético

El método genético en epistemología (Piaget, 1978)

El *método genético* permite determinar la forma en que se incrementan los conocimientos considerando todo conocimiento bajo el ángulo de su desarrollo en el tiempo, es decir, como un proceso continuo en el cual su comienzo o su finalización no pueden ser alcanzadas.

Esto implica que "todo conocimiento debe enfocarse siempre, metodológicamente como siendo relativo a un estadio anterior de menor conocimiento, y como susceptible de constituirse a su vez en el estadio anterior respecto de un conocimiento más profundo".[16]

Formalmente el método completo de la ***epistemología genética*** se constituye por la comparación íntima entre los métodos ***histórico-crítico*** y ***psicogenético***.

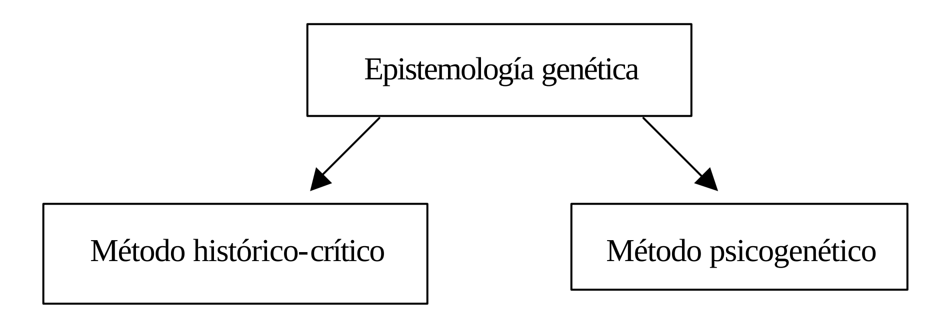
[15] Vygotskii; L.S: "*Pensamiento y lenguaje*". Trad. Cast de la ed. Inglesa de M.M, Rotger, Buenos Aires. Ed. La Pléyade, 1977.
[16] J. Piaget, "Introducción a la epistemología genética". Paidos, Buenos Aires, 1978. p.31

1. ***Método histórico-crítico***: sigue el desarrollo de las ideas empleadas en una ciencia a lo largo de la historia, estableciendo filiaciones por continuidad directa o por la determinación del sistema de conexiones presentes.

En el campo de la historia de las ciencias, se refiere a las nociones construidas y empleadas por un pensamiento ya construido, el de los científicos considerados desde la perspectiva de su filiación social. El servicio que brinda es el de vincular el presente con las riquezas del pasado, que lo esclarece y explica en función del examen de los estadios sucesivos del desarrollo de un pensamiento colectivo.

2. ***Método psicogenético***: su función es la de constituir una embriología mental. Éste trata de la construcción de todos los conceptos esenciales, o categorías del pensamiento cuya génesis puede trazarse nuevamente en el transcurso de la evolución intelectual del sujeto, desde su nacimiento y el momento en que penetra en la edad adulta, esta embriología de la razón puede desempeñar, respecto de una epistemología genética, el mismo papel que la embriología del organismo comparada o las teorías de la evolución.

En la medida en que el sujeto en formación recibe la herencia social de un pasado formado por las generaciones adultas, el método histórico-crítico, prolongado en método sociológico-crítico, retoma el control del método psicogenético. Aunque la sociología y la historia no consiguen explicar, según Piaget (1978), que cuando el niño reciba ideas totalmente formadas por el medio social, las transforme y asimile a sus estructuras mentales sucesivas del mismo modo que asimila el medio formado por las cosas que lo rodean. En el estudio de estos fenómenos el método psicogenético controla al método histórico-crítico. Afirma que "la naturaleza de una realidad viva no sólo se pone de manifiesto en sus estadios iniciales o en sus estadios finales, sino en el proceso de sus transformaciones". Los estadios iniciales sólo adquieren significación en función del estado de equilibrio hacia el que tienden y el equilibrio logrado sólo puede comprenderse en función de las construcciones sucesivas que permitieron su aparición.



Estructuras y esquemas

Según J. Piaget, este método equivale a estudiar los conocimientos en función de su construcción real o psicológica, considerando todo conocimiento como relativo a cierto nivel del mecanismo de construcción. Todo conocimiento implica una *estructura* y un *funcionamiento.*

- ✓ El estudio de una *estructura mental* constituye una forma de anatomía y la comparación de diversas estructuras puede asimilarse a una anatomía comparada.
- ✓ El análisis del *funcionamiento* corresponde a una especie de fisiología y en funcionamientos comunes, a un tipo de fisiología general.

De acuerdo con lo expresado por Coll (1983), para Piaget los conceptos de *esquema*, *estructura* y el *modelo de equilibración* constituyen el núcleo de la explicación *funcional* de la teoría.

Los *esquemas* de la teoría genética son siempre esquemas de acción. Lo que permite utilizar la palabra esquemas en lugar de acciones es que las acciones conservan una organización interna cada vez que aparecen (Piaget, 1936, 1937).

Mediante el juego de la asimilación y la acomodación de desajustes y reajustes, los esquemas reflejos se ven sometidos a un proceso de diferenciación que conduce a la elaboración de nuevos esquemas, que ya no son reflejos, adaptados a ciertas clases de situaciones y de objetos. Aparecen nuevos esquemas de acción, es decir, nuevas organizaciones que se conservan a través de situaciones y objetos a los que se aplican, sin embargo el incremento de esquemas no resulta únicamente de la diferenciación progresiva e ininterrumpida a partir de los esquemas reflejos, sino que se da también un proceso de coordinación de los esquemas existentes que genera igualmente nuevos esquemas.

Generalizando, un esquema-reflejo, de acción o representativo- es un marco asimilador que permite comprender la realidad a la que se aplica y permite atribuirle una significación.

La totalidad de los esquemas de acción que aparecen agrupados representando unas reglas de composición, marcan el punto culminante de la inteligencia sensoriomotriz y definen las primeras *estructuras* intelectuales: son las leyes de composición interna, de asociatividad, reversibilidad e identidad que caracterizan el grupo de desplazamiento y que permiten una estructuración espacio-temporal y causal del universo práctico.

La aparición de la función representativa hace posible que los esquemas de acción puedan convertirse en esquemas representativos, es decir, en esquemas de acción interioriza-

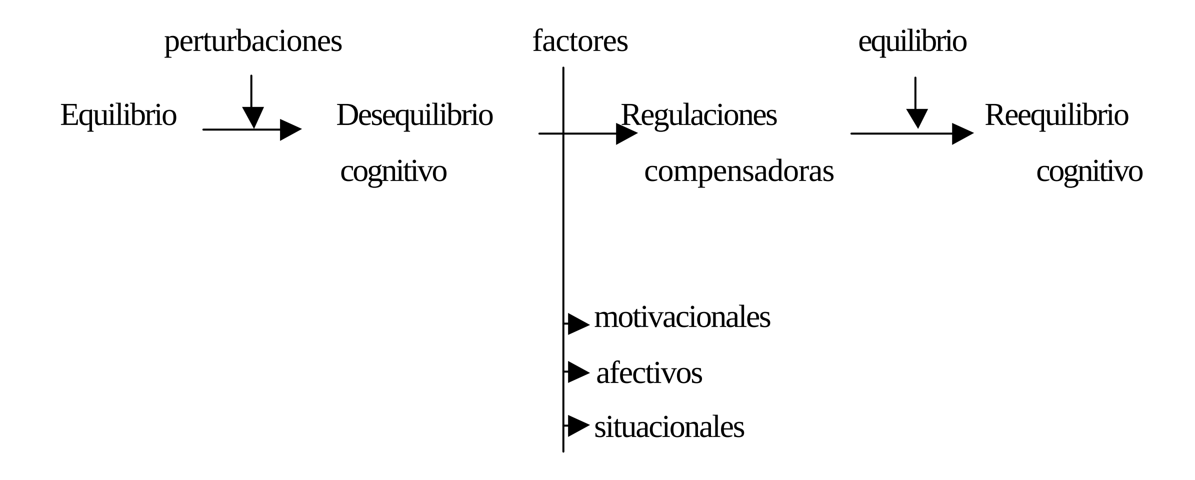
dos, que como consecuencia de los desajustes y reajustes generarán nuevos esquemas, mediante su diferenciación progresiva y su coordinación creciente.

Los esquemas de acción interiorizados que aparecen agrupados en totalidades reciben el nombre de *operaciones* y las totalidades reciben el nombre de *estructuras operatorias*. En este caso se trata de las estructuras operatorias concretas, aunque el razonamiento puede aplicarse a las operaciones formales y a las estructuras operatorias formales.

Una *estructura* –de esquemas de acción, de operaciones concretas o de operaciones formales- es una totalidad organizada de esquemas que respeta determinadas leyes o reglas.

Por lo tanto, los conceptos de *esquema* y de *estructura* son de naturaleza diferente, aunque tienen en común el ser los instrumentos de la actividad intelectual que mediante la atribución de significaciones y el juego de la asimilación y de la acomodación, permiten construir los conocimientos que posee el sujeto.

La secuencia de equilibrio- desequilibrio- reequilibrio de los esquemas y estructuras que resulta de la asimilación y acomodación, es explicada, en la teoría piagetiana, mediante los conceptos de perturbación, regulación y compensación.



En cada momento evolutivo, la *teoría genética* selecciona para su estudio aquellos *esquemas* y *estructuras* que puede hacer corresponder con las nociones y estructuras básicas del conocimiento científico actual.

Entre las *aplicaciones educativas de la teoría genética* predominan las que ven en la génesis de las *estructuras operatorias* un modelo de competencia intelectual del alumno relevante sobre todo para la programación educativa a largo plazo.(Riviére, 1980, p.17)

Paralelamente la teoría genética ha elaborado una explicación para dar cuenta de los mecanismos responsables de la evolución de dichas estructuras (aspectos funcionales en el sentido de funcionamiento, no de función)

La epistemología genética pretende ser ciencia y proceder formulando preguntas verificables, de manera que los procedimientos de verificación serán en función de la pregunta y la verificación empírica se impondrá reiteradamente para conocer la génesis real de ciertas nociones, procesos de inferencia, formas de razonamiento elementales, etc.

Según Castorina (1992), la teoría piagetiana puede contribuir de modo relevante a la comprensión del aprendizaje escolarizado, aunque no se desprende directamente de las investigaciones psicogenéticas, cuyo objetivo fue formular una explicación del mecanismo productivo de los sistemas de conocimiento, sin vinculación explícita con los problemas de la apropiación de conocimientos en el sistema educativo.

Los problemas que debe afrontar la *teoría psicogenética del aprendizaje* y los requisitos necesarios para convertirse en instrumento válido de análisis del proceso de enseñanza aprendizaje son los siguientes:

- Las relaciones entre las teorías de aprendizaje y la práctica educativa fueron planteadas de 3 maneras distintas, según César Coll, las primeras fueron desarrolladas fuera del aula y aplicadas tal y como fueron formuladas.
- Ante las dificultades para aplicarlas existieron los que proclamaron su inutilidad y propusieron formular teorías exclusivamente adecuadas al aula.
- Una teoría del aprendizaje en la medida en que propone mecanismos epistémicos básicos de apropiación de los conocimientos, no puede ser calificada como inútil, es decir, la tesis de la universalidad de dichos mecanismos es crucial para legitimar las interpretaciones de los aprendizajes escolares.

Ninguna teoría puede ser transferida al estudio del campo educativo para el que no fue pensada originalmente, a menos que produzca hipótesis que tomen en cuenta las condiciones del acto educativo, entre ellas, que los aprendizajes estén vinculados con los objetivos de conocimiento disciplinarios y con el rol de la enseñanza. En el caso de la *epistemología genética* se trata de modificar algunas hipótesis, de producir otras enteramente novedosas y de rearticular los aspectos metodológicos y conceptuales, con la finalidad de entender y enriquecer el constructivismo en respuesta a los desafíos emanados de la práctica.

El método genético experimental (Vygotski, 1988)

Vygotski rechazaba la concepción positivista de los *métodos* como algo neutro, separado de los enfoques teóricos, entendiéndolos como realizaciones pragmáticas de los supuestos teóricos. Estaba convencido de que la crítica a los modelos de las funciones psicológicas implicaba una crítica a sus productos metodológicos y creía que la formulación de una aproximación enteramente nueva a la génesis de la naturaleza de esas funciones llevaba a la construcción de una nueva metodología.

La crítica de los modelos naturalistas de explicación y método (incluyendo el esquema estímulo-respuesta) implicaba la formulación de una nueva metodología -*"método genético-experimental"*- consistente con el enfoque sociocultural para el estudio de los procesos superiores.

Las características esenciales de la Psicología de Vygotski son:

- La tendencia a enfocar los problemas desde el punto de vista *metodológico* y cuestionar las premisas metodológicas de la Psicología como un todo,
- utilizar el *enfoque histórico* de los problemas psicológicos,
- considerar como esencial del problema de la naturaleza, la génesis y estructura de los *signos* y la orientación *semiótica* del pensamiento,
- la propensión intelectual a sintetizar la óptica *histórica* y *dialéctica* con el enfoque estructural de los problemas.

Las características o rasgos fundamentales del método son:

1. Implica el análisis de procesos y no de productos terminados.
2. Tiende a una explicación *genotípica* de la conducta en lugar de limitarse a una descripción *fenotípica* de la misma.
3. Se trata de estudiar el proceso mismo de cambio, de formación de las conductas, en lugar de conformarse con la investigación de conductas fosilizadas.

Para Vygotski , el desarrollo humano sólo podía entenderse como síntesis producida por la confluencia de dos órdenes genéticas diferentes:

- ✓ la maduración orgánica
- ✓ la historia cultural.

Por un lado está la evolución biológica de la especie, que se expresa y refleja en el proceso *ontogenético* de maduración y por otro se encuentra el proceso de *desarrollo históri-*

co, de evolución cultural desde el hombre primitivo, que incidirá directamente, a través de la relación con las personas que le rodean, en el desarrollo psicológico de cada individuo.

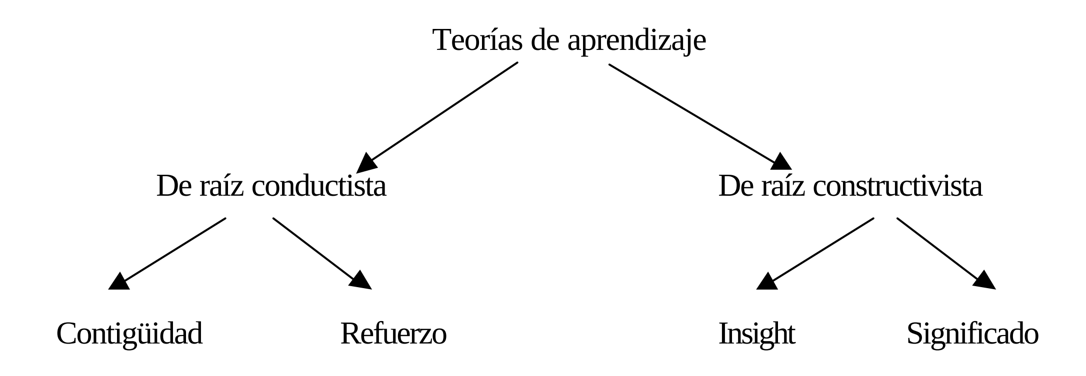
"Toda particularidad, decía Vygotski, y la dificultad del problema del *desarrollo de* las *funciones psicológicas superiores*[17] consiste en el hecho de que estos dos aspectos de la ontogénesis se funden en uno solo, constituyendo un proceso unitario, aunque complejo."

La investigación de la *filogénesis* era considerada por Vygotski, como una herramienta útil para el estudio del desarrollo, pero no como un espejo de éste; pues a diferencia de lo que sucede en la *ontogénesis*, en que se realiza una síntesis peculiar de la maduración y el desarrollo histórico-cultural del sujeto, en la *filogénesis* no se da la confusión entre una y otra línea de desarrollo. El análisis de la *filogénesis* sería una ayuda importante para desatar el nudo que se establece entre maduración y desarrollo cultural.

Al separar los dos procesos de desarrollo que se dan en la *génesis* del hombre como especie animal o como miembro de un grupo social y una cultura, aparece una diferencia fundamental entre ellos; mientras que el desarrollo cultural no implica transformaciones en la estructura biológica de la especie, las mutaciones biológicas son el fundamento del desarrollo evolutivo, según esta teoría. Su autor introduce un *principio de significación* para explicar las formas superiores de comportamiento en el hombre, diferenciando signos y significados.

Síntesis

Teorías de aprendizaje



[17] Riviére, 1988, pp.73-74. "Cuando Vygotski hablaba de *funciones superiores* contaba con la referencia a la visión del pensamiento como función universal y no deducible de la estructura estática y espacial de la materia. Para él, las funciones superiores eran resultado de la enculturación, de la influencia cultural en el aprendizaje y desarrollo y sólo podían ser explicadas por su génesis, por su historia, situándolas en su contexto originante".

Conductismo y constructivismo en Matemática

	Conductismo	**Constructivismo**
Representantes	Watson, Guthrie, Thorndike, Skinner, Gagné,…	Bronnell, Piaget, Bruner, Ausubel, Vygotski, Novak,…
Aprender es	Memorizar	comprender significativamente
Enseñar es	transmitir conocimientos aislados	diseñar estrategias para el acerca-miento al saber
Técnica	instrucción programada	puente entre aprendizaje formal e informal
Estrategia	Algoritmo	heurística
El error es	falta de rapidez intelectual	grado de apropiación del saber

Piaget-Vygotski

	Piaget	**Vygotski**
Aprendizaje	proceso adaptativo que se da en el tiempo en función de respuestas dadas por el sujeto a un conjunto de estímulos anteriores y actuales.	proceso por el que los sujetos ingresan a la vida intelectual del entorno. El concepto de participación guiada es inseparable del aprendizaje.
Desarrollo	El aprendizaje está subordinado al desarrollo.	El desarrollo sigue al aprendizaje
	Depende de la: • maduración • experiencia física y lógica con los Objetos • interacciones sociales • equilibración	Zona de desarrollo próximo: Alude a la capacidad potencial que depende del estímulo externo.

Habiéndose abordado las teorías del aprendizaje más destacadas conforme ha evolucionado la Psicología Cognitiva, puede decirse entonces que todas efectúan grandes aportes para comprender cómo se produce en los sujetos la adquisición y el desarrollo de los conocimientos. Por un lado las teorías asociacionistas se ocupan de cambios continuos, medibles y cuantificables como consecuencia de prácticas acumuladas bajo ciertas condiciones. Por otro lado, las teorías organicistas o de la reestructuración estudian la organización de las estructuras cognitivas como consecuencia de la interacción entre esas estructuras y los objetos a los que se aplican.

La integración ente las distintas formas de acceder al conocimiento aporta una mirada mucho más rica, compleja y profunda de las teorías del aprendizaje y logra saltar el obstáculo de una mirada reduccionista tanto para aquellos que se posicionan en una u otra teoría, pues la complementariedad entre ellas permite comprender desde un enfoque pedagógico cómo aprenden los sujetos en un contexto cultural y social.

De acuerdo a las teorías precedentes y con un enfoque holístico de las mismas, el aprendizaje es un producto de la interacción entre dos sistemas el sujeto y el objeto, y para ello a través del mecanismo de reestructuración, el sujeto busca la manera de organizar sus conocimientos más adaptados hacia nuevos conceptos o estructuras más avanzadas del mundo externo.

Esta reestructuración requiere de la toma de conciencia del sujeto, dirigiendo su atención hacia las propias estructuras de conocimiento, dado que las estructuras conceptuales no se corresponden con la realidad sino que son representaciones o modelos teóricos que permiten comprender fenómenos del mundo.

La toma de conciencia del sujeto es progresiva o gradual y según Karmiloff- Smith e Inhelder[18] hay un proceso acumulativo por el que la repetición de los desequilibrios conduce a su clasificación o regularización, que sólo más adelante puede traducirse en una integración o verdadera reestructuración. Sin la asociación repetida de ciertas condiciones, no habría reestructuración.

De acuerdo a la teoría de Vygotski, sólo mediante la instrucción es posible la construcción de verdaderos conceptos dentro de una pirámide de conceptos. Por ello, sólo a través de la instrucción el sujeto logra tener conciencia de sus propias representaciones al confrontarlas con la realidad.

[18] Karmiloff – Smith e Inhelder (1975) : “If you want to get ahead get a theory Cognition”. Trad. Cast. J.I. Pozo en Infancia y aprendizaje.

Las últimas corrientes de la psicología cognitiva adhieren a la integración de las formas de comprensión del aprendizaje, es decir la complementariedad de los enfoques cuantitativos y cualitativos. Los estudios efectuados entre expertos y novatos han logrado realizar aportes valiosos en esta cuestión, pues incorporan ambos procesos dado que los de reestructuración se pueden concebir como fases sucesivas del mismo, es decir de la transición de novato a experto.

La enseñanza de la Estadística

Arribando al tema central de esta investigación que es la enseñanza de la estadística, Holmes (2002)[19] considera que las lecciones de estadística dentro de los libros de textos de matemáticas no tienen como objetivo preferente la actividad estadística, provocando muchas veces que los alumnos finalicen los cursos sin adquirir una competencia real para llevar a cabo un trabajo estadístico.

Lo afirmado por Holmes se observa generalmente en que los alumnos realizan sólo cálculos y desarrollos matemáticos dejando de lado la interpretación y conceptualización de los mismos. Esto se observa, por ejemplo, en la tendencia a calcular medidas sobre un conjunto de datos sin evaluar qué tipo de estudio resulta más adecuado.

En los últimos años se ha venido forjando el término "stastistics literacy" para reconocer el papel del conocimiento estadístico en la formación elemental. Indicadores de esta relevancia son por ejemplo el lema "El desarrollo de una sociedad estadísticamente culta" del Sexto Congreso Internacional sobre Enseñanza de la Estadística celebrado en Ciudad del Cabo en julio de 2002, las ediciones del Foro Internacional de investigación sobre Razonamiento, Pensamiento y Cultura Estadística (1999, Kibbutz Be´eri, Israel, 2001, Armidale, Australia, 2003, USA) y las numerosas publicaciones y proyectos sobre el tema (Moreno, 1998; Gal, 2002; Murray y Gal, 2002).

Batanero aclara que el objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en "estadísticos aficionados", puesto que la aplicación razonable y eficiente de la estadística para la resolución de problemas requiere un amplio conocimiento de esta materia y es competencia de los estadísticos profesionales. Tampoco se trata de capacitarlos en el cálculo y la represen-

[19] Holmes, P. (2002). Some lessons to be learnt from currículo developments in stadistics. En B. Philips (Ed.) Proceedings of the Sixth internacional Conference on Teaching of Statistics. Ciudad del Cabo: IASE. CD ROM.

tación gráfica, puesto que los ordenadores resuelven este problema, lo que se pretende es proporcionar una "cultura estadística".

Para Gal[20], la cultura estadística incluye dos componentes interrelacionados:

a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y

b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante.

Con respecto a la cultura estadística resulta explicativo lo que expresan Wild y Pfannkuch (1999)[21] en relación al razonamiento estadístico. Dicen los autores que este tipo de razonamiento incluye cinco componentes fundamentales, a saber:

- ✓ *Reconocer la necesidad de los datos*: La base de la investigación estadística es la hipótesis de que muchas situaciones de la vida real sólo pueden ser comprendidas a partir del análisis de datos que han sido recogidos en forma adecuada. La experiencia personal o la evidencia de tipo anecdótico no es fiable y puede llevar a confusión en los juicios o toma de decisiones.
- ✓ *Transnumeración*: Los autores usan esta palabra para indicar la comprensión que puede surgir al cambiar la representación de los datos. Al contemplar un sistema real desde la perspectiva de modelización, puede haber tres tipos de transnumeración:

  (1) a partir de la medida que "captura" las cualidades o características del mundo real, (2) al pasar de los datos brutos a una representación tabular o gráfica que permita extraer sentido de los mismos; (3) al comunicar este significado que surge de los datos, en forma que sea comprensible a otros.
- ✓ *Percepción de la variación*: La recopilación adecuada de datos y los juicios correctos a partir de los mismos requieren la comprensión de la variación que hay y se transmite en los datos, así como la incertidumbre originada por la variación no explicada. La estadística permite hacer predicciones, buscar explicaciones y causas de la variación y aprender del contexto.

[20] Gal, I. (2002). Adut´s statistical literacy. Meanings, componentes, responsibilities. International Statistical Review, 70 (1), pp: 2-3

[21] Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thimking in empirical enquiry. International Statistical Review, 67 (3), pp: 223-265

- ✓ *Razonamiento con modelos estadísticos*: Cualquier útil estadístico, incluso un gráfico simple, una línea de regresión o un resumen puede contemplarse como modelo, pues es una forma de representar la realidad. Lo importante es diferenciar el modelo de los datos y al mismo tiempo relacionarlo con los datos.
- ✓ *Integración de la estadística y el contexto*: Es también un componente esencial del razonamiento estadístico.

Este modelo describe el razonamiento estadístico en forma global.

Es este tipo de razonamiento el que deberían lograr los alumnos, por tal motivo la metodología pasa a ser nuevamente el centro de interés donde la historia juega un rol muy importante. Son la descripción y el esclarecimiento de los pasos constructivos que históricamente se han dado en la evolución de la estadística los que favorecen su mejor aprovechamiento intelectual y formativo, asignándole un mayor énfasis a la contextualización histórica, social, cultural y empírica de su naturaleza y su enseñanza.

RESEÑA HISTÓRICA

Toda ciencia es medición, toda medición es estadística.

Helhomtz

Origen de la palabra Estadística

La palabra *Estadística* tiene sus antecedentes históricos en los censos, recuentos o inventarios, de personas o bienes, realizados aún antes de Cristo.

Para algunos autores, el vocablo *statistik* proviene de la palabra italiana *statista* y fue utilizado por primera vez por Gotfried A. Achenwall, en 1752, quien usó la palabra estadística para esta rama del conocimiento con el significado de "ciencia de las cosas que pertenecen al estado". Achenwal fundó la Escuela de Göttingen y es conocido por los alemanes como el padre de la estadística, reconocimiento que él atribuye a Hermann Conring (1606-1681).

En cambio para otros, la palabra "estadística" parece derivar de *status*, que en el latín medieval tenía el sentido de "estado político". Y con este sentido es usado por primera vez en el Hamlet de Shakespeare. Luego se usó más específicamente en tratados de política económica y significaba la exposición sistemática y ordenada de las características más notables de un Estado[22].

El término latino *status* significa estado o situación; esta etimología aumenta el valor intrínseco de la palabra, por cuanto la estadística revela el sentido cuantitativo de las más variadas situaciones.

El Dr. E. A. W. Zimmerman introdujo el término *statistics* en Inglaterra. Su uso fue popularizado por sir John Sinclair en su obra *Statistical Account of Scotland* ("Informe estadístico sobre Escocia 1791-1799")[23]. Sin embargo, mucho antes del siglo XVIII, la gente ya utilizaba y registraba datos.

Declaraba Gustav Rumelin en 1863, "las palabras sobre las que se formó nuestra voz "*estadística*" difícilmente tengan su origen en estos profesores..." La cultura alemana exige

---

[22] Cortada de Kohan, Nuria y Carro, José Manuel. "Estadística aplicada". Ediciones previas/Psicología. EUDEBA, Buenos Aires, 1968. p. 3.

[23] Levin, Richard I. y Rubin David S. Colaboración de Balderas Lozada Miguel ; del Valle sotelo, Juan C. y Gomez Castillo, Raúl. "Estadística para administración y economía".PEARSON Educación. 7° edición. México, 2004. p.3.

definiciones de concepto y de objeto. ¿Es, pues, la estadística una ciencia? Si lo es, ¿qué clase de ciencia es y cuáles son sus conceptos y objetos? "Hasta ahora hay sesenta y dos definiciones diferentes de estadísticas. La mía hará que haya sesenta y tres"[24].

> *"Muchos se sorprendieron primero por el uso que yo hago de las palabras estadística y estadígrafo… En el curso de un viaje muy extenso a través de las partes septentrionales de Europa, viaje que emprendí en 1786, comprobé que en Alemania estaban entregados a una especie de indagación política a la que habían dado el nombre de estadística. Por estadística se entiende en Alemania una indagación destinada a determinar el poderío político de un país o cuestiones relativas a asuntos del Estado; pero la idea que yo agregué a ese término es la de una indagación sobre el estado de un país con el fin de determinar hasta qué punto llega la felicidad de que gozan sus habitantes y los medios de su futuro mejoramiento"*[25].
>
> Goethe, 1 de enero de 1798

En su acepción más simple, la palabra Estadística significa censo de personas y bienes. La tarea posterior de interpretar los abundantes datos se realizaba con el fin de cooperar con los hombres de Estado en el mejor desempeño de sus funciones[26].

Las diferentes definiciones de Estadística la ubican en múltiples contextos, desde el propio al utilitario, pasando por el matemático y social: para Karl Pearson trata de las aplicaciones de la teoría matemática a la interpretación de observaciones masivas; Jerzy Neyman la incluye dentro del cálculo de probabilidades; Harald Cramér dice que investiga la posibilidad de extraer de datos estadísticos inferencias válidas elaborando los métodos mediante los cuales se pueden obtener dichas inferencias. Finalmente, para Alexander Mood la estadística no es otra cosa que la tecnología del método científico[27].

Las discusiones sobre lo que realmente es la estadística son actuales, incluso en su taxonomía. La UNESCO la clasifica dentro de las ciencias sociales, pero el FONDECYT la incluye dentro de la matemática y a ésta en las ciencias exactas y naturales.

La estadística está muy relacionada con el método científico. Apoya la investigación en todas las disciplinas, fundamentalmente en la recolección y el análisis de datos con la finalidad de verificar o formular nuevas hipótesis. También los procesos comerciales, administrativos y tecnológicos necesitan los métodos estadísticos para tomar decisiones y hacer predic-

---

[24] Hacking, Ian. La Domesticación del azar. Editorial Gedisa, Barcelona, España, mayo 1995. p. 49.
[25] Hacking, Ian (1995) .Op.cit. "Goethe en el comienzo de su viaje a Italia. Sir John Sinclair al terminar su *Statistical Account of Scontland*. Goethe y Sinclair estaban viajando casi exactamente en el mismo momento"p.38.
[26] Hitt Espinosa F. y otros, 1996. pp. 377 y 378
[27] Ferreiro, Osvaldo y Fernández de la Reguera, Pedro, "La estadística, una ciencia de la controversia", Artículo publicado en la Revista Universitaria Nº 25 del Instituto de Matemáticas y Física .Universidad de Talca. Chile. (1988)

ciones de valores futuros. Para arribar a conclusiones con rigurosidad pasando por un proceso de establecimiento y verificación de hipótesis, se trabaja en base a modelos (expresiones matemáticas) que potencialmente siguen las variables en estudio y se comprueban utilizando los datos recogidos.

El objetivo de la estadística, entonces, es la de obtener conclusiones basadas en datos experimentales.

Los estudiantes suelen confundir el significado de la Estadística debido a que en la actualidad se le atribuyen tres acepciones diferentes a saber:

a) la información estadística,

b) el conjunto de técnicas y métodos que se utilizan para analizar la información estadística y

c) una medida derivada de una muestra.

Algunas definiciones de Estadística

Para Chacón la estadística es la ciencia que tiene por objeto el estudio cuantitativo de los colectivos y para Minguez es la ciencia que tiene por objeto aplicar las leyes de la cantidad a los hechos sociales para medir su intensidad, deducir las leyes que los rigen y hacer su predicción próxima.

Rosalinda Flores García (1998) señala que "es posible hablar de dos términos y metodologías diferentes. Si se trata de la recolección, presentación y caracterización de un conjunto de datos que arrojan como resultado la descripción de las diversas características de una población o muestra, tiene lugar una metodología llamada estadística descriptiva. Esas experiencias, enriquecidas con los conceptos de la teoría de probabilidades hacen posible la estimación de características de una población, validación de distribuciones o la toma de decisiones sobre algún factor de la población, sin conocerla enteramente y basándose sólo en los resultados de un muestreo. Esta metodología se llama estadística inferencial.[28]

Leonard J. Kazmier (1998) dice que la estadística es el conjunto de técnicas que se emplean para la recolección, organización, análisis e interpretación de datos[29].

---

[28] Flores García, Rosalinda; Lozano de los Santos, Héctor. "Estadística". Aplicada para Administración. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A.de C.V. México, 1998. p. 2.

[29] Leonard J. Kazmier. Estadística aplicada a la Administración y Economía. Tercera edición. Mc. GRAW HILL. (1998)

Cortada de Kohan, Nuria (1994), nos acerca una posible definición y demarca un poco más el panorama citando a otros autores. "Por estadística entendemos los métodos científicos por medio de los cuales podemos recolectar, organizar, resumir, presentar y analizar datos numéricos relativos a un conjunto de individuos u observaciones y que nos permiten extraer conclusiones válidas y efectuar decisiones lógicas, basadas en dichos análisis[...]

[…] Observando una estadística de cualquier naturaleza, población, tráfico, producción, ventas, salud, escolaridad, etcétera, salta a la vista inmediatamente que los fenómenos a los que ella se refiere cumplen la condición de presentarse en grandes números, con mayor o menor rigurosidad según la naturaleza de los fenómenos y la cantidad de observaciones anotadas. Además, puede verse enseguida que estos fenómenos dependen de gran variedad de causas, pues si esto no se diera, el estudio podría ser objeto de alguna ciencia especial que estudiara una causa específica y con la observación de un solo fenómeno podríamos, idealmente, llegar a una conclusión válida para todos. Según Yule[30] por lo tanto, por estadística damos a entender datos cuantitativos fuertemente influidos por una multitud de causas.

Según Gini[31] la Estadística, en su aspecto metodológico, es una técnica adecuada al estudio cuantitativo de los fenómenos de masa o colectivos, entendiendo por tales aquellos cuya medición requiere una colección de observaciones de otros fenómenos más sencillos llamados fenómenos aislados o individuales[32].

Aclara Nuria Cortada de Kohan: En esta definición es importante señalar que se habla de fenómenos cuya medición requiere una colección de observaciones, pues hay fenómenos que se presentan en masa pero no se requiere observación alguna, pues se conocen a priori.

Rafael Alvarez Alva. (1991)[33] en el capítulo de "Estadística médica y de la salud" incluye cuatro definiciones que considera muy importantes pues muestran el avance que ha tenido lugar en esta disciplina.

---

[30] Yule, G.O. y Kendall N.G. "Introducción a la Estadística Matemática. Ed. Aguilar, Madrid 1947, citado por Cortada de Kohan, Nuria. "Diseño Estadístico" (Para investigadores de las Ciencias Sociales y de la Conducta). EUDEBA, Buenos Aires, Agosto de 1994. p. 23.

[31] Gini C. "Curso de estadística. Editorial Labor, Barcelona 1953, citado por Cortada de Kohan, Nuria (1994). p.24.

[32] Cortada de Kohan, Nuria (1994). "Por ejemplo, si queremos saber el porcentaje de varones que hay en una ciudad en una época determinada, es necesario una serie de observaciones. En cambio, para saber la cantidad de varones que hay en un conjunto de 1000 matrimonios no se necesita ninguna observación pues se sabe a priori que en 1000 matrimonios habrá por definición 1000 mujeres y 1000 varones".

[33] Alvarez Alva, Rafael. "Salud Pública y Medicina Preventiva". Editorial El Manual Moderno. México, 1991. pp 121-122.

- La clásica de Croxton y Cowden: *"La estadística es el método científico que se utiliza para recolectar, elaborar, analizar e interpretar datos sobre características susceptibles de ser expresadas numéricamente, de un conjunto de hechos, personas o cosas"*.
- La de Yule y Kendall, aclarando que se trata de una de sus aplicaciones más interesantes. *"La estadística es el método científico que sirve para la elucidación de datos cuantitativos que obedecen a múltiples causas"*.
- La de Mainland, muy relacionado con las ciencias biológicas. *"La estadística es el método científico que se ocupa del estudio de la variación"*.
- La de Ligia Moya. *"La estadística es la rama del saber que trata del desarrollo y aplicación de métodos eficientes de recolección, elaboración, presentación, análisis e interpretación de datos numéricos"*.

Chou Ya Lun (1991)[34], "la función principal de la estadística es elaborar principios y métodos que nos ayuden a tomar decisiones frente a la incertidumbre".

Kreyszig, Erwin (1981), "la estadística matemática trata de la teoría y aplicación de métodos para coleccionar datos estadísticos, analizarlos y hacer deducciones a partir de ellos[…] se pueden coleccionar datos estadísticos de diferentes campos; sin embargo, tienen un rasgo en común que se deriva de circunstancias que están afectadas por la "casualidad". Esto es, sobre tales situaciones influye la presencia de efectos que no podemos predecir, porque son resultado de factores que no pueden ser controlados y, con frecuencia, ni siquiera enumerados[…] un solo caso muestra *"irregularidad aleatoria"* que hace imposible predecir resultados, pero un gran número de casos exhiben *"regularidad estadística"*. Es importante descubrir detalles de esas "leyes estadísticas", de tal manera que podamos crear un modelo matemático. Ese modelo será útil para entender situaciones que incluyan efectos de casualidad, y puede servir como base para predecir o influir sobre el comportamiento posterior".[35]

Fausto I. Toranzos (1962) esclarece un poco más las ideas al afirmar: "nos encontramos que en primer lugar tenemos que tener en cuenta que el objeto de los estudios estadísticos está en los fenómenos que se refieren a poblaciones muy numerosas. Resulta, a menudo, que si deseamos estudiar el comportamiento de poblaciones numerosas, respecto de una propiedad

---

[34] Chou Ya Lun. Análisis Estadístico. Mc. GRAW-HILL. Ültima edición. 1991

[35] Kreyszig, Erwin. *"Introducción a la Estadística Matemática". Principios y métodos.* EDITORIAL LIMUSINA, S.A. México, Quinta reimpresión, 1981. pp.17 y 18.

o característica, los métodos deterministas son inaplicables frente a la complejidad del fenómeno,[…] Es entonces cuando la Estadística, apoyada en el Cálculo de probabilidades, se hace presente, y mediante un esfuerzo de síntesis, que es la característica de sus métodos, introduce estudios referentes al comportamiento promedio de los individuos, logrando, en esa forma, superar la indeterminación que se manifiesta en los casos particulares[...] Dice al respecto Darmois: "La Estadística tiende a recoger, caracterizar numéricamente y coordinar, grupos de hechos, grupos generalmente numerosos, hechos generalmente complejos".[36]

"La estadística estudia el comportamiento de los fenómenos llamados de colectivo. Está caracterizada por una información acerca de un colectivo o universo, lo que constituye su objeto material; un modo propio de razonamiento, el método estadístico, lo que constituye su objeto formal y unas previsiones de cara al futuro, lo que implica un ambiente de incertidumbre, que constituyen su objeto o causa final". (Cabría 1994)[37]

En síntesis, se habla de la ciencia de la recolección y análisis de datos para la toma de decisiones, transformando datos en información. En su método comienza presentando técnicas de diseño y recolección de datos respecto a un fenómeno y luego mediante la estadística descriptiva se resume lo medular de la información. La inferencia estadística extiende las conclusiones obtenidas de la muestra a la población de la que ella es parte, además de postular modelos que se ajusten a los datos. Entre estas técnicas de modelamiento se puede mencionar la regresión lineal y no-lineal, modelos para series de tiempo, modelos para variables categóricas entre otros.

Desarrollo de la Ciencia Estadística

El momento en que la Estadística comienza a conformarse como Ciencia coincide con el nacimiento simultáneo de las escuelas inglesa "demográfica", alemana "la administrativa" y la italiana-francesa "la probabilística".

[36] Toranzos, Fausto I. Op. Cit.. pp.7 y 8.
[37] Batanero, Carmen, 2001. "*Didáctica de la Estadística*". GEEUG (Grupo de Educación Estadística Universitaria de Granada). Publica: Grupo de Investigación Estadística, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Citado por, p. 9.

Si bien la “Probabilística” continuó desarrollándose recién a principios del siglo XIX la segunda escuela inglesa “biométrica” es la que sienta los cimientos de la actual Ciencia Estadística[38].

Como se hiciera mención, la Estadística se estructuró, como disciplina científica, en el siglo XIX, pero ya se conocía y se aplicaba en forma rudimentaria desde la antigüedad[39]. No surgió de improviso sino que se fue conformando a partir de un proceso largo de desarrollo y evolución.

A partir de datos arqueológicos se constata dicha afirmación, se han encontrado estadísticas sencillas, representaciones gráficas y otros símbolos en pieles, rocas, palos de madera y paredes de cuevas. Es decir que su origen se remonta a los comienzos de la historia; prácticamente el hombre comenzó a registrar datos -de cosechas, de población, etc.- desde que dejó de ser nómada.

El Dr. Fausto I. Toranzos, identifica cuatro hitos principales en la constitución de la Ciencia estadística tal como la conocemos hoy en día, a saber:

1°- Confección de resúmenes estadísticos.

2°- Formalización de la estadística descriptiva

3°- Momento en que se relacionan el cálculo de probabilidades y la estadística

4°- Estructuración matemática de la estadística

La clasificación elegida responde a los cuatro grandes interrogantes que nos formulamos al momento de querer reconstruir el camino realizado por esta Ciencia.

Hitos Principales

Por lo señalado se sostiene que el origen de esta ciencia se remonta a los comienzos de la historia. Se puede afirmar que el quehacer estadístico es tan viejo como la historia registrada aunque fue después de varios siglos cuando se sistematizaron sus resultados. Transcurrieron varios siglos más para que se gestara la otra rama de esta ciencia, la que ha permitido que la Estadística, tal como se la conoce en la actualidad, se transformara en una herramienta imprescindible para todas las Ciencias y hasta se introdujera en el quehacer cotidiano.

[38] Introducción a la estadística-ilustrados.com

[39] Toranzos, Fausto I. Op. Cit.. p.3.

Primer Momento: Confección de resúmenes estadísticos.

¿Cuándo se comenzaron a realizar resúmenes estadísticos?

Por testimonios que llegan hasta el presente se sabe que desde la antigüedad se efectuaban relevamientos de población y de recursos, pero sin formalización alguna.

Algunos ejemplos lo constituyen:

- ✓ las tablas de Estadística agrícola utilizadas por los chinos unos miles de años antes de la era cristiana. En la China, Confucio (500 a. C), habla de cómo el rey Yao (3000 a. C) mandó hacer una verdadera estadística agrícola y un relevamiento comercial del país.
- ✓ Los censos realizados para facilitar la función del Estado mencionados en la Biblia, como la referencia de:
  - el censo de los israelitas realizado por Moisés en el desierto, razón por la que se dio a aquella parte especial del libro el nombre de los Números[40];
  - la parte denominada Crónicas describe el bienestar material de las diversas tribus judías y en
  - El Viejo Testamento el Censo del rey Herodes.
- ✓ Realizaron censos también los griegos y los egipcios (3050 a. C los faraones lograron recopilar datos relativos a la población y riqueza del país[41]). Los griegos los efectuaban periódicamente con fines tributarios, sociales (división de tierras) y militares (cálculo de recursos y hombres disponibles[42]). Sócrates, Herodoto y Aristóteles incentivaron, a través de sus escritos, la estadística por su importancia para el Estado. Los egipcios utilizaron los censos para restituir las propiedades ubicadas en las márgenes del Nilo después de las inundaciones. Ramsés II hizo un censo de las tierras con el objeto de verificar un nuevo reparto.
- ✓ Los romanos fueron quienes mejor emplearon los recursos de la estadística a partir de su perfecta organización político, jurídica y administrativa. Cada cinco años realizaban un censo de la población y sus funcionarios públicos tenían la obligación de anotar nacimientos, defunciones y matrimonios, sin olvidar los recuentos periódicos del ganado y de las

---

[40] Cortada de Kohan, Nuria y Carro, José Manuel. “Estadística aplicada”. Ediciones previas/Psicología. EUDEBA, Buenos Aires, 1968. p. 3.

[41] "Estadística," Enciclopedia Microsoft® Encarta® Online 2006 http://es.encarta.msn.com © 1997-2006 Microsoft Corporation. Reservados todos los derechos. Según el historiador griego Heródoto dicho registro se hizo con el objetivo de preparar la construcción de las pirámides.

[42] La investigación histórica revela que se realizaron 69 censos para calcular impuestos, determinar los derechos de voto y ponderar la potencia guerrera.

riquezas contenidas en las tierras conquistadas. Para el nacimiento de Cristo sucedía uno de estos empadronamientos de la población bajo la autoridad del imperio.

Durante los mil años siguientes a la caída del imperio Romano se realizaron muy pocas operaciones Estadísticas en Europa, con excepción de:

- ✓ En Francia, los reyes carolingios Pipino el Breve y Carlomagno ordenaron hacer estudios minuciosos de las propiedades de la iglesia en los años 758 y 762 respectivamente, teniendo un carácter netamente financiero y administrativo; a principios del siglo IX se terminó la enumeración estadística de los siervos que habitaban los feudos[43].
- ✓ En Inglaterra en 1066, el rey Guillermo el Conquistador encargó un censo y la información obtenida fue recopilada en el Domesday Book o libro del Gran Catastro para el año 1086, un documento de la propiedad, extensión y valor de las tierras de Inglaterra. Este trabajo fue el primer resumen estadístico de ese país.

A este periodo se lo puede denominar de "los censos" porque el objetivo primordial fue la idea de inventariar de una forma más o menos regular la población y las riquezas existentes en el territorio.

Segundo Momento: Formalización de la estadística descriptiva

Luego de esos primeros pasos, se presentó en el desarrollo de la Estadística una época intermedia, preparatoria de los avances modernos. En esa época la Estadística compartió el avance de otras ciencias como la matemática, la química y la astronomía en metodología y los nombres de algunos destacados científicos. En la edad Media además de registrarse la población y los recursos de los gobiernos se comenzó a registrar la propiedad de la tierra.

A fines del siglo XIII las repúblicas italianas realizaron observaciones estadísticas que incluían datos demográficos similares a los antiguos perdidos durante la caída del Imperio Romano.

El terreno estaba preparándose desde los siglos XV, XVI y XVII, hombres como Leonardo de Vinci, Nicolás Copérnico, Galileo Galilei, Néper, William Harvey, Francis Bacon y René Descartes, hicieron grandes aportaciones al método científico, de tal forma que cuando

[43] Levin, Richard I. ;Rubin, David S. con la colaboración y revisión técnica de: Balderas Lozada, Miguel; Del Valle Sotelo, Juan Carlos; Gómez Castillo, Raúl. "Estadística para Administración y Economía". PEARSON Educación , México, Séptima Edición, 2004. p.3.

se crearon los Estados Nacionales y surgió con fuerza el comercio internacional existía ya un método capaz de aplicarse a los datos económicos y más tarde sociales.

El registro de nacimientos y defunciones comenzó en Inglaterra a principios del siglo XVI y hacia el siglo XVII, con el aumento del volumen de datos oficiales, la técnica censal adquirió un gran desarrollo, constituyéndose en eficaz auxiliar de las tareas de gobierno.

La estadística comenzó a formalizarse con la aparición de la estadística de fenómenos que "golpeaban a la sociedad" como lo son la muerte, epidemias, casos de suicidios, enfermedades mentales y todo tipo de delitos, los que dieron origen a la publicación de datos referidos a los mismos, fue un verdadero alud de números impresos. Así se dio inicio al recuento e inventario de los seres humanos y de sus hábitos[44].

Hasta mediados del siglo XVII la estadística era la descripción de los hechos notables de un estado. Hermann Conring (1600-1681) perfeccionó y mejoró notablemente la tendencia nueva. De su mano la estadística adquiere una significación más autónoma, se sistematiza orgánicamente y se la entiende como la descripción de las cosas notables de un Estado.

Conring es el fundador de la orientación en estadística identificada como la escuela alemana y autodenominada "Estadística universitaria"[45] e imparte un curso con el título Aritmética política en la universidad de Helmsted.

El economista prusiano profesor Gottfried Achenwall (1719-1772), el mejor de los seguidores de Conring, no sólo consolidó definitivamente los postulados de esta nueva ciencia sino que le dio el nombre de "Estadística".[46] Achenwall utiliza el término de estadística referido a masas de datos numéricos, a su concentración y presentación en tablas y gráficas[47]. La Estadística pasa a ser la descripción cuantitativa de las cosas notables de un estado. Von Scholer separó la teoría de la estadística de la aplicación práctica de la misma. Todos ellos formaron parte de la tendencia de la Estadística Universitaria Alemana, conocida como la Estadística Descriptiva.

Cuentan algunos autores que Sir John Sinclair robó a los germanos las palabras "estadísticas" y "estadística", reconociéndolo públicamente por escrito y que ante la disputa generada los aritmético-políticos saltaron al primer plano internacional. Las discusiones y ataques entre Londres y Göttingen terminaron con la Escuela de Göttingen, la cual se disolvió dando

---

[44] Hacking, Ian. La Domesticación del azar. Editorial Gedisa, Barcelona, España, mayo 1995. p.9.

[45] Cortada de Kohan, Nuria y Carro, José Manuel. "Estadística aplicada". Ediciones previas/Psicología. EUDEBA, Buenos Aires, 1968. p. 4.

[46] El nombre de estadística ya antes había sido usado en Italia, pero su definición todavía no estaba bien dada.

[47] Flores García, Rosalinda; Lozano de los Santos, Héctor. "Estadística". Aplicada para Administración. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A.de C.V. México, 1998. p. 1

paso al surgimiento de la estadística como disciplina aceptada. Luego Galton daría las directrices para que pasara a ser una ciencia.

Al mismo tiempo surgía en Inglaterra una corriente opuesta denominada de los aritméticos políticos, encabezada por John Graunt, que pretendía crear una "estadística investigadora"[48]. Los representantes más importantes son John Graunt, Davenant y William Petty. Tenían como objetivo el de fijar en números los fenómenos sociales y políticos cuyas leyes empíricas buscaban. Para su tiempo era osado y atrevido mas el resultado es el de ser los primeros en buscar las leyes cuantitativas que rigen la sociedad.

En el año 1532 al producirse la peste en Inglaterra, durante el reinado de Enrique VII, se empezaron a registrar los fallecimientos. Y en Francia por medio de una ley se requirió al clero que registrara los bautismos, defunciones y matrimonios.

A fines del siglo XVI, durante un brote de peste, el gobierno inglés empezó a publicar semanalmente las estadísticas de mortalidad. Práctica que continuó y que por el año 1632 estas *Listas de Mortalidad -Bills of Mortality-* contenían listados de nacimientos y muertes clasificados según el género. En 1662, John Graunt utilizó los listados de mortalidad publicados hasta ese momento para realizar predicciones acerca del número de personas que morirían a causa de diferentes enfermedades, y sobre la proporción de nacimientos, de ambos sexos, que podía esperarse. Resumido en su trabajo, *Natural and Political Observations Mentionet in a following Index, and made upon the Bills of Mortality* ("Observaciones Naturales y políticas...hechas con las Listas de Mortalidad"), el estudio de Graunt fue uno de los primeros análisis estadísticos,[49] además de ser un esfuerzo innovador en el análisis estadístico.

Los estudios de Graunt –registros estadísticos de Londres desde 1592 a 1603- o los de Halley entre 1687 y 1691 sirvieron para resolver el problema de las rentas vitalicias en las compañías de seguros.[50]

El primer empleo de los datos estadísticos para fines ajenos a la política tuvo lugar en 1691 y estuvo a cargo de Gaspar Neumann, un profesor alemán que vivía en Breslau. Este

---

[48] Ver Anexo I

[49] Levin, Richard I.;Rubin, David S. con la colaboración y revisión técnica de: Balderas Lozada, Miguel; Del Valle Sotelo, Juan Carlos; Gómez Castillo, Raúl. "Estadística para Administración y Economía". *"Las tablas de mortalidad, que atrajeron la atención de Graunt, eran publicadas semanalmente por la compañía de sacristanes parroquiales, y contenían el número de muertes acaecidas en cada parroquia, sus causas, y también un "Recuento de todos los entierros y bautizos habidos en la semana".* PEARSON Educación, México, Séptima Edición, 2004. p.3.

[50] Batanero, Carmen, 2001. Op.cit. p.10

investigador se propuso destruir la antigua creencia popular de que en los años terminados en siete moría más gente que en los restantes utilizando los archivos parroquiales de la ciudad.

Los procedimientos de Neumann fueron conocidos por el astrónomo inglés Halley[51] quien los aplicó al estudio de la vida humana. Sus cálculos sirvieron de base para las tablas de mortalidad que hoy utilizan todas las compañías de seguros.

Gaspar Newman sostiene que la estadística fue fundada por Achenwal pues fue la mencionada obra el primer intento de interpretación de los fenómenos biológicos de masa y de la conducta social, a partir de datos numéricos.[52]

En 1995 Ian Hacking se formula la pregunta, ¿qué tiene que hacer el alud, la irrupción de cifras impresas con el deterioro del determinismo?

Y responde dicha pregunta y concluye que el determinismo fue subvertido por leyes del azar. Y, que para creer que había semejantes leyes era menester que se dieran regularidades estadísticas semejantes a leyes en vastas poblaciones. Además reflexiona acerca de que la simple colección rutinaria de datos numéricos no era suficiente para hacer que afloraran a la superficie leyes estadísticas. Aclara además que el uso de la probabilidad en lo social no lo realiza desde las concepciones matemáticas de la probabilidad sino desde donde realmente surgió: la metafísica, la epistemología, la lógica y la ética.

Afirma: "La probabilidad es el triunfo filosófico de la primera mitad del siglo XX[53] [...] Sostengo que los recuentos y enumeraciones exigen categorización y que definir nuevas clases de personas a los efectos estadísticos tiene consecuencias en lo tocante al modo en que concebimos a los demás y nuestras propias posibilidades y potencialidades".

Y explica que las personas deben ser consideradas como átomos sociales sometidos a leyes sociales y que esas leyes son estadísticas por su carácter y lo pudieron ser sólo cuando los seres humanos desearon hacer un recuento de sí mismos y cuando tuvieron los medios para llevarlo a cabo.[54]

De la escuela de los "aritméticos políticos" que hacía estudios demográficos, actuariales y llevaba datos oficiales, derivaron dos nuevas tendencias en estadística.

- La denominada Enciclopédico- Matemática que tuvo su máximo desarrollo en Francia y es la que se entronca con la aparición del cálculo de probabilidades. No sólo hizo uso

[51] Halley fue el descubridor del cometa que lleva su nombre
[52] Newman, James R. "Sigma. El mundo de las matemática". Ed. Grijalbo. Tomo 3. Parte 2. pp. 104
[53] Hacking, Ian (1995) .Op. cit. pp.20 y 22
[54] Hacking, Ian (1995) .Op. cit . pp. 36 y 37

de la matemática y el cálculo de probabilidades sino que tuvo aplicación práctica en todas las ciencias. Algunas figuras representativas son:

- Christian Huyghens, Blaise Pascal y Pierre Fermat; la familia de matemáticos Bernoulli que dieron fama durante más de medio siglo a la Universidad de Basilea.
- Abraham De Moivre, Pierre Simon Laplace, Carl Friedrich Gauss, Simeón Denis Poisson, Adolfo Quetelet, A. Cournot y Francis Galton. De éste último procede toda la escuela inglesa de estadísticos y biometristas (Pearson, Fisher, Yule, Spearman, Gosset –Student-, Thurstone, etc.).

  Adolfo Quetelet y A. Cournot son sus más insignes representantes. Quetelet, considerado por muchos el fundador de la estadística moderna, hizo innumerables aportes; el más importante fue el de la metodología estadística, sirviéndose del método sentado por él mismo, haciéndola así totalmente científica. Cournot por su parte hizo un valioso aporte a la teoría de las probabilidades.

- La demográfica[55] que procede idealmente de los primeros "aritméticos políticos", iniciada por Graunt, se desarrolló en Alemania. Numerosos discípulos continuaron su obra, particularmente:
  - William Petty (1627-1687) continuador de Graunt en Inglaterra
  - Juan Pedro Süssmilch (1707-1767), su máximo representante, en el continente europeo.[56] Usa los postulados de Graunt aplicándolos a los fenómenos que se refieren a la población dando nacimiento a la Demografía, hace el primer tratado que verifica el movimiento de la población.
  - Guillard quien le dió el nombre.
  - Gustavo Romelin separó a la Estadística Descriptiva en parte técnico-metodológica y parte aplicada.

De la revisión efectuada puede decirse que la evolución habida hasta este momento se desarrollaron las siguientes ramas de la ciencia estadística:

Estadística Metodológica: Que es un método general de estudio adecuado para ciertos fenómenos.

---

[55] Los eruditos del siglo XVII demostraron especial interés por la Estadística Demográfica como resultado de la especulación sobre si la población aumentaba, decrecía o permanecía estática.
[56] Cortada de Kohan, Nuria y Carro, José Manuel. "Estadística aplicada". Ediciones previas/Psicología. EUDEBA, Buenos Aires, 1968. pp. 4 y 5.

Estadística Social: Ciencia que estudia desde el punto de vista cuantitativo las leyes de la sociedad y en parte las de la población.

Estadística Cuantitativa: estudia cuantitativamente los hechos salientes del estado[57].

Durante el siglo XVII y principios del XVIII, matemáticos como Santiago Jacob Bernoulli, Francis Maseres, Joseph Louis Lagrange y Pierre Simon de Laplace desarrollaron la teoría de probabilidades. No obstante durante cierto tiempo, la teoría de las probabilidades limitó su aplicación a los juegos de azar y hasta el siglo XVIII no comenzó a aplicarse a los grandes problemas científicos.

En el siglo XIX, con la generalización del método científico para estudiar todos los fenómenos de las ciencias naturales y sociales, los investigadores aceptaron la necesidad de reducir la información a valores numéricos para evitar la ambigüedad de las descripciones verbales.

En el período del 1800 al 1820 se desarrollaron dos conceptos matemáticos fundamentales para la teoría Estadística; la teoría de los errores de observación, aportada por Laplace y Gauss; y la teoría de los mínimos cuadrados desarrollada por Laplace, Gauss y Legendre. Aparecen las leyes de los grandes números con Bernoulli y Poisson.

Otro problema que recibe gran interés por parte de los matemáticos de su tiempo, como Leonhard Euler, Thomas Simpson, Joseph Louis Lagrange, Adrien Marie Legendre y Carl Friedrich Gauss es el del ajuste de curvas a los datos.

Tercer Momento: Se relacionan el Cálculo de Probabilidades y la Estadística

Período del Cálculo de Probabilidad

En el siglo XVII paralelamente al desarrollo de la Estadística, como disciplina científica, pero en forma independiente, se desarrolló el Cálculo de probabilidades. Se podría decir que a fines del siglo XIX se comenzó a utilizar el concepto de azar, indeterminismo o aleatorio.

Sus iniciadores son los matemáticos italianos y franceses de ese siglo, particularmente Pierre Fermat y Baise Pascal, quienes dieron origen a los estudios del cálculo de probabilidades, tratando de resolver problemas de juegos de azar propuestos por el caballero de Méré.[58]

---

[57] Qué es la estadística, historia de la estadística.
www.gestiopolis.com/recursos/experto/catsexp/pagans/eco/21/estadistica.htm - 39k -

Los primeros estudios sobre probabilidad estaban intrínsecamente unidos con los juegos de azar, buscando la máxima rentabilidad monetaria o la mayor utilidad, objetivo que estuvo vigente hasta que apareció la obra de Daniel Bernouilli, hacia 1730.

Posteriormente, el empleo del método de los mínimos cuadrados es desde su introducción por Gauss y Legendre, la técnica de estimación más utilizada en el ámbito de la medida. (Rafael Ferrer Torío, marzo 2001)[59]

Los primeros nombres ligados a esta etapa significativa son:

- los Bernouilli. Originarios de los Países Bajos y radicados en Suiza. Entre esta familia de grandes matemáticos se pueden destacar las figuras relevantes de Santiago Jacob Bernoulli y Daniel Bernoulli.
- Santiago Jacob Bernoulli (1654-1705), quien formuló las tablas de distribución de probabilidad Binomial e inició los estudios sobre la estabilidad de las series de datos obtenidos a partir de registros de mortandad. Su obra *Ars conjectandi* sobre el cálculo de probabilidades fue publicada póstumamente en 1713. En ella se establecieron las bases de la teoría de la probabilidad. Su sobrino, Daniel Bernoulli (1700-1782) se dedica al estudio de la teoría de las probabilidades y la relaciona formalmente en sus aplicaciones prácticas con la estadística.
- Tartaglia, cuyo verdadero nombre es Nicolo Fontana. fue un autodidacto. En el trienio 1521-23 ejerció el profesorado en Verona; en 1526 estaba en Mantúa; en 1534 enseñó en Venecia; en 1548 volvió a Brescia, regresando después a Venecia, donde murió el 13 de diciembre de 1557. Los conocimientos que desde el Renacimiento tenían algunos matemáticos como Tartaglia sobre los juegos de azar fueron tratados por
- Pierre Fermat (1601-1665), en su *Teoría general de las combinaciones* y formalizados en el siglo XVIII con los estudios de Jacob Bernoulli.
- Thomas Bayes (1702-1761) fue el autor de la primera inferencia inductiva formal.

Estos logros culminaron con la obra de Jacob Bernoulli, Abraham de Moivre, Thomas Bayes y Joseph Lagrange quienes desarrollaron fórmulas y técnicas para el cálculo de la probabilidad.

---

[58] Problema- ejemplo ver Anexo 2.
[59] Rafael Ferrer Torío, 2001. Catedrático de Universidad de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría. Universidad de Cantabria.

En el siglo XIX, Pierre Simon, marqués de Laplace, unificó todas esas ideas y compiló la teoría general de probabilidad logrando dar estructuración al Cálculo de probabilidades.

- Pierre Simon Laplace (1749-1827), establece las primeras hipótesis estadísticas de orden intuitivo, lleva a cabo estudios sistemáticos de cómo se desvía un conjunto de valores a partir de su promedio y escribe la *Teoría analítica de las probabilidades* en 1818 y *Ensayo filosófico sobre las probabilidades* (1814).

Se puede decir que la obra del propio Laplace y de otros matemáticos como Poisson, Gauss, etc., proveyeron al Cálculo de probabilidades de recursos matemáticos que lo llevaron a un grado de perfeccionamiento que lo ha hecho apto para las aplicaciones a diversos campos de la ciencia y muy especialmente a la Estadística.

Período de la fusión:

A partir de Laplace, las dos disciplinas, Cálculo de probabilidades y Estadística, que hasta entonces habían permanecido separadas, se fusionan de manera que el Cálculo de probabilidades se constituye en el andamiaje matemático de la Estadística.

El impulso que llevó al estado actual de desarrollo del Cálculo de probabilidades, producido entre fines del siglo XIX y principios del XX, se debe principalmente a franceses, rusos y norteamericanos, con la colaboración de alemanes, escandinavos, ingleses, italianos, etc..[60]

Cuarto Momento: Estructuración matemática de la Estadística

La estructuración matemática de esta ciencia fue el inicio de una escuela que dominó a lo largo del siglo XIX de la mano de:

- Carl Friedrich Gauss (1777-1855) quien desarrolló estudios referidos a la ley normal del error y al método de mínimos cuadrados. Publica un tratado sobre las series hipergeométricas.
- Gauss, Bessel y el propio Laplace llegaron a establecer el método de mínimos cuadrados, como procedimiento matemático para resolver el problema fundamental de la teoría de los errores. La teoría de los errores constituye la primera rama de la Estadística que pudo constituirse con una estructuración teórico-matemática.

[60] Toranzos, Fausto I. Op.Cit. p. 5.

- Simon Denis Poisson (1781-1840), redacta la distribución que lleva su nombre y en 1837 establece el desarrollo matemático de la "ley de los grandes números".

Históricamente, a fines del siglo XIX y principios del XX hubo un gran impulso en el desarrollo de la estadística matemática por parte de Karl Pearson y su escuela (University Press, Cambridge).[61]

"Los primeros en conceptuar el problema clásico de control de hipótesis en el experimento estadístico fueron Karl Pearson y William Gosset (conocido como Student) pero se debe a Ronald Fisher el haber propuesto un criterio estadístico de elección en su "teoría de significación" entendida como el rechazo de una "única hipótesis", la de completa aleatoriedad del resultado experimental. El paso de la lógica de lo "cierto" a la de lo "probable" excluye la causalidad determinista."[62]

La Estadística Experimental, tuvo su origen en Inglaterra, fue una verdadera revolución.

- De la mano de Francis Galton (1822-1884) nace la *biometría*, él y Weldon (1860-1906) medían características biológicas, fundaron la revista Biometrika (y con ello la ciencia y la palabra) y estimularon el desarrollo de la estadística con los descubrimientos de Pearson y Fisher.
- Karl Pearson (1856-1936) fue uno de los pioneros en establecer un puente entre la estadística descriptiva y la probabilidad.
- Ronald A. Fisher (1890-1962). Es considerado el más grande estadístico de todos los tiempos. El *diseño de experimentos* fue creado por él tal como se concibe hoy en día. Publicó libros sobre varios aspectos de la Estadística y una infinidad de artículos, entre ellos *Statistical methods for research workers* (1925) y *The design of experiments* (1935, editados por Oliver y Boyd, Edimburgo). La mayor parte de sus contribuciones teóricas fueron compiladas en el libro *Contributions to Mathematical Statistics* (John Wiley y Sons, N. York, 1950). Impulsó su carrera como estadístico de la Estación Experimental de Rothamsted a partir de 1919, con lo que creó de paso una tradición de utilización de la Estadística en agricultura. También hizo su aporte a la genética (por ejemplo el llamado "teorema fundamental de la genética" y el libro *The genetical theo-*

61 Kreyszig, Erwin. "*Introducción a la Estadística Matemática*". *Principios y métodos*. EDITORIAL LIMUSA, S.A. México, Quinta reimpresión, 1981. pp.19 y 20.

62 Bee Dagum, Estela. "Reflexiones sobre la enseñanza universitaria de la estadística en el siglo XXI". Facultad de Ciencia Estadística, Universidad de Bologna, Italia, 29 de octubre de 2002. p. 2.

ry of natural selection, 1930, Oxford University Press) por lo cual es considerado uno de los pilares de la Genética moderna.

La enorme contribución de Fisher a la Estadística fue continuada en Rothamsted por su sucesor Frank Yates con trabajo pionero en bloques incompletos, modelos lineales, mínimos cuadrados y computación.

Periodo actual

Si bien hace más de 2000 años ya existían colecciones o recopilaciones de datos estadísticos, la introducción de métodos estadísticos en la industria, ciencias físicas y sociales, y en otros campos, comenzó hace sólo unas cuantas décadas con algunas implicancias aún hoy no entendidas. Su importancia se halla en las siguientes dos razones, una es la creación de métodos matemáticos que permiten realizar inferencia estadística acerca de las poblaciones a partir de muestras y la otra es la complicación creciente de los problemas científicos, de ingeniería, economía y política. Por ambas ha crecido la demanda de métodos más precisos y de la estadística matemática. Con los desarrollos estadísticos del siglo XX se puede afirmar que la Estadística es capaz de proporcionar esos métodos para una gran cantidad de problemas prácticos importantes.

En el primer tercio del siglo XX irrumpen con fuerza en el ámbito científico-matemático dos corrientes que tratan de configurar un marco propio: la teoría de la probabilidad.

1) Crear una axiomática propia y

2) establecer las bases para difundir una nueva estadística,

El desarrollo de ambas corrientes ocupó un amplio período de tiempo donde científicos de gran renombre fueron plasmando sus teorías.

- Preparación de una base topológica y de las estructuras asociadas necesarias para establecer una nueva axiomática (E. Cantor (1845-1918), D. Hilbert (1862-1943), E. Borel (1871-1956)).
- Inicio y consolidación de la axiomática de la teoría de la probabilidad (H. Lebesgue (1875-1941), A. N. Kolmogorov (1903- 1987) y W. Feller (1906-1970)).

  El Álgebra de las Probabilidades fue estructurada en los años de 1930 por matemáticos de la escuela ruso-francesa (Kolgomorov, Cantelli, Borel y otros), dentro de una teoría espe-

cial de la medida de conjuntos. Esa ***teoría de la medida*** permite hablar de la probabilidad de un suceso como la medida de que él ocurra.

"A Andrei Nikolaevich Kolmogorov se le debe la idea de asignar un espacio muestral de sucesos observables a cada experimento aleatorio y representar los sucesos observables como subconjuntos del espacio muestral, dando una interpretación probabilística a las operaciones con sucesos. Es decir, inventariar todos los posibles sucesos elementales asignados a un experimento, considerarlo como un conjunto de referencia o universal y aplicar toda la potencia del álgebra de conjuntos para poder definir los demás sucesos, a partir de los sucesos elementales."[63]

- Desarrollo de la inferencia estadística clásica y su aplicación a Ingeniería, Industria (A. Harkov (1856-1922), K. Pearson (1856-1936), W. S. Gosset–Student- (1876-1937); G. W. Snedecor (1881-1974); R. Von Mises (1883-1953) y R. A. Fisher)).

Las tres áreas fueron perfeccionándose simultáneamente consiguiendo en tan solo cincuenta años desarrollar contenidos que han formado una estructura propia en el ámbito de las ciencias matemáticas.

A partir de mediados del siglo XX, tras la puesta en práctica de la inferencia clásica, surgen investigadores que intentan reforzar nuevas formas, tratando de implementar aplicaciones dirigidas hacia las ciencias sociales y el ámbito económico. La moderna inferencia tiene dos pilares fundamentales: la teoría de la decisión y los métodos bayesianos.

A mediados de 1900 ya se distinguen aspectos como utilidad marginal y utilidad total, renovándose el primitivo concepto de Bernouilli. Con posterioridad Von Neumann y Oscar Morgenstern, hacia 1945, desarrollan la moderna teoría probabilística de la utilidad, definiendo una axiomática común para la probabilidad y para la utilidad.

En 1954 aparece la obra de Savage, iniciador de la línea bayesiana, en el marco de la teoría de la utilidad. En los últimos años el empleo de la teoría ha sido predictivo, aplicado en muchas ocasiones a las ciencias sociales y económicas, destacando la utilidad colectiva de Arrow (problema de bienestar social) y hace poco tiempo Black y Rethenberg.

En 1968 trabajos de McCrimmon han contrastado la axiomática de Savage, empleando experimentación adecuada, obteniendo interesantes resultados.

---

[63] Batanero, Carmen, 2001. Op.Cit. p.20.

La inferencia estadística moderna sigue dos direcciones que, aunque convergentes, tienen enfoques diferenciados:

- Teoría bayesiana. Admite conocimientos a priori, así como observaciones nuevas. Las a priori son modificadas por las verosimilitudes.
- Teoría de la decisión. Pretende establecer una teoría, unas reglas de acción en situación de incertidumbre o riesgo. El valor de cualquier decisión es medido por su pérdida.

La figuras relevantes de la Inferencia Estadística moderna son: A. Wold (1902- 1950); J. J. Von Neumann (1903- 1957); L. J. Savage (1917- 1971) y K. J. Arrow (1921-)

La inferencia estadística robusta configura una teoría más afinada en aspectos tan interesantes como la parte de estimación y de contraste.

El término robusto fue establecido por Box (1953), tratando de forzar hacia una modelización más completa que la establecida. Trabajos posteriores fueron reforzando la teoría, destacándose:

- 1956- Quenouille, con técnicas que permiten reducir el sesgo y establecer nuevos entornos para la estimación.
- 1960- Anscombel, estimulando la investigación teórica y experimental en datos extremos.
- 1964- Huber, diseñando los procedimientos estadísticos robustos.
- 1968- Hampel, introduciendo el uso de curvas de influencia para analizar la sensibilidad de los estimadores.
- 1971- Jaeckel y 1.976- Berger, sobre aspectos de admisibilidad de los estimadores

Al avanzar el siglo XX, los norteamericanos tomaron el liderazgo en estadística principalmente con el trabajo de varias universidades como Iowa y Harvard, entre otras.

Figuras relevantes de la escuela de Iowa State University por sus aportes son:

- George W. Snedecor quien crea el Departamento de Estadística. Hizo el clásico de la literatura estadística internacional, *Statistical methods* (1937, Iowa State University Press). Se destaca su labor como difusor de las ideas de Fisher.
- O. Kempthorne quien publicó trabajos de Diseño de Experimentos y Genética Estadística. Tuvo alumnos notables como Graybill y Henderson.
- F. A. Graybill, C. R. Henderson, y otros que constituyeron la clase dirigente en Estadística a nivel mundial por varios años.

- Jay L. Lush usó esa base estadística en desarrollo para crear una nueva visión de la genética aplicada. Su libro *Animal breeding plans,* Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1930 es un ejemplo.
- Gertrude Mary Cox (1900-1978) se trasladó desde Iowa State a North Carolina State University donde creó un Instituto de Estadística Experimental que formó importantes técnicos y escribió el famoso libro *Experimental Designs* con W. G. Cochran en 1952.
- William Gemell Cochran (1910-1980). Profesor de Diseño y de Muestreo, hizo libros históricos en ambas áreas, todavía no totalmente superados, el primero de ellos con Gertrude Cox. Difundió las técnicas de muestreo en su libro *Sampling techniques* de 1957. Recorrió varias universidades como Iowa State, Harvard y Johns Hopkins. Participó en medicina con contribuciones históricas.

Se destacaron además:

Hermann Otto Hartley, estadístico de origen alemánque se trasladó a Inglaterra donde trabajó con E. S. Pearson en la construcción de las conocidas tablas de estadística. Posteriormente se radicó en Iowa y más tarde en Texas. Fue el fundador del Instituto de Estadística de la Universidad Texas A&M. Sus contribuciones más importantes fueron en Estimación de Modelos Lineales Mixtos, Máxima verosimilitud, Computación y muestreo.

En la universidad de Chicago, Sewall Wright, genetista, fue promotor de la genética de poblaciones y el creador del coeficiente de heredabilidad que mide cuan heredable es un carácter y otras herramientas estadísticas. En la de Princeton, Harold Hotelling (1895-1973) trabajó con la prueba multivariada que lleva su nombre (T de Hotelling) que generaliza la prueba de Student a varias dimensiones. Wishart J. (1898-1956) generalizó la distribución Chi cuadrado. Samuel S. Wilks (1906-1964) trabajó con métodos multivariados.

Durante las últimas décadas del siglo XX se han desarrollado una serie de tipos de análisis de datos que se sitúan entre la estadística descriptiva y la inferencia o estadística teórica. Entre éstos se encuentran el análisis exploratorio de datos desarrollado por Tukey entre 1960 y 1980 y el análisis multivariante.

Dice Carmen Batanero "nos encontramos ante una nueva filosofía en la aplicación de los métodos de análisis de datos, aunque unida a ella se han desarrollado también algunas técnicas concretas para su aplicación, como el gráfico de la caja o el de tallo y hojas. Esta filoso-

fía consiste en el estudio de los datos desde todas las perspectivas y con todas las herramientas posibles, incluso las ya existentes".[64]

El desarrollo de la tecnología y el acceso a las herramientas informáticas inducen a replantear el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta ciencia.

Estela Bee Dagum expresa "reconozco la gran contribución de la tecnología en el desarrollo del método estadístico y como ha facilitado la tarea de los estadísticos, volviéndola más sencilla y más eficiente. Pero siempre insisto a mis estudiantes, el evitar un uso "ciego" tanto de los datos como de las técnicas de modelización y estimación. Particularmente, creo que una de las misiones fundamentales del profesor es instruir al estudiante para el análisis crítico. No aceptar resultados cualquiera sean, simplemente porque están de "acuerdo con los datos" o porque han sido obtenidos con "un modelo considerado estadísticamente bello".[65]

En este contexto se abren nuevas posibilidades gracias a los avances tecnológicos que no cesan y ante los cuales es preciso una actualización permanente para lograr un mejor aprovechamiento de todo su potencial.

[64] Batanero, Carmen, 2001. Op.Cit. pp.27 y 28.
[65] Bee Dagum, Estela (2002). Op.Cit. p. 3.

AUTORES QUE CONTRIBUYERON AL DESARROLLO DE LA ESTADÍSTICA

Como se ve reflejado en lo trabajado hasta el momento, la historia del desarrollo de la teoría estadística y su práctica es muy larga por eso haremos mención de algunas figuras relevantes que hicieron contribuciones significativas al campo.[66]

Cuadro N° 1 Autores Destacados que hicieron su aporte a la Estadística y su tiempo		
Momento histórico	**Autor**	**Aporte**
1620-1674 Londres Inglaterra	**John Graunt**	Es el verdadero precursor de la Estadística de nuestros tiempos. Se dedicó a realizar estudios de importancia donde se insinúan ya los fundamentos de los métodos estadísticos.[67] En "Observaciones Naturales y políticas...hechas con las Listas de Mortalidad" utilizó 30 años de los listados de nacimientos y defunciones para hacer predicciones sobre el número de personas que morirían a causa de diferentes enfermedades, y sobre la proporción de nacimientos, de ambos sexos, que podía esperarse. Primer intento de interpretación de los fenómenos biológicos de masa y de la conducta social, a partir de datos numéricos. El trabajo de John Graunt es el punto de partida de la estructuración actual de la **Estadística como método de investigación de fenómenos colectivos**. En ellos se insinúa lo que habría de constituir el fundamento de los métodos inferenciales actuales, que han dado a la Estadística la posibilidad de estudiar los fenómenos colectivos, y que constituyen el capítulo más interesante de esa disciplina y uno de los métodos de investigación más potentes con que cuenta el investigador moderno de las ciencias humanas y también de las físico-naturales. Con él nace la Escuela aritmética política denominada "Demográfica".
Nace la **Escuela aritmética política** denominada "**Demográfica**". *Estadística como método de investigación de fenómenos colectivos.*		
1600-1681 Alemania	**Hermann Conring**	La estadística adquiere una significación más autónoma, se sistematiza orgánicamente de su mano y se la entiende como la descripción de las cosas notables de un Estado. Fundador de la orientación en estadística identificada como la escuela alemana y autodenominada Estadística universitaria caracterizada por considerar la Estadística como un método descriptivo, que consiste en el recuento de datos, y está creada para servir las necesidades de los Estados.

[66]Compilación de los autores: Edmund Halley (1942); Toranzos, Fausto I. Newman, James R. cita a Aubrey´s Brief Lives, editada por Oliver Lawson Dick; Londres, 1950. y Cortada de Kohan, Nuria (1994).

[67] Aubrey lo describe como "una persona muy ingeniosa y estudiosa, se levantaba temprano para hacer sus estudios antes de la apertura de la tienda".

Nace la **Escuela alemana “Estadística universitaria”.** *Estadística como un método descriptivo creada para servir las necesidades de los Estados*		
1623-1687 Inglaterra	**William Petty**	Fue uno de los discípulos de Graunt y su continuador. Autor de un conocidísimo libro sobre la nueva ciencia, la *Aritmética política*, y probablemente discutió con él las ideas expresadas en sus *Observations* en el cual usó registros anteriores para predecir sucesos futuros. Por ésta obra Carlos II lo propuso como socio fundador de la recientemente constituida Royal Society.
Surge la corriente de los **aritméticos políticos.** Objetivo: crear una **“estadística investigadora”.**		
1658-1744 Londres	**Edmund Halley**	Fue humanista, hidrógrafo, matemático, físico y astrónomo. Se dedicó a la actividad literaria y científica. El aporte a la estadística surge del interés que tuvo por las “curiosas tablas” de Breslau cuyos resultados fueron sometidos a Leibniz, quien los envió a la Royal Society para su publicación en su “Philosophical Transactions” en 1692. Su primer artículo sobre tasas de mortalidad titulado “An Estimate of the Degree of the Mortality of Mankind, drawn from curious Tables of the Births and Funerals at the City of Breslau; with an Attempt to ascertain the Prices of Annuities upon Lives”, fue seguido por otro, el “Somer further Considerations on the Breslaw Bills of Mortality”. Ambos artículos constituyen la base de todo trabajo posterior sobre esperanza de vida, indispensable, naturalmente, para la solvencia de las compañías de seguros de vida. No sólo realizó un profundo análisis de la evaluación de las anualidades, sino que puso sus resultados de forma tan adecuada que esta primera tabla de mortalidad ha quedado como modelo de todas las tablas posteriores, como su fórmula fundamental de expresión. Su análisis refleja el poder excepcional de su mente.
1707-1767 Alemania	**Johann Meter Süsmilch**	Sacerdote, admirador y continuador de Graunt; escribió la obra titulada “Orden divino” en la que trataba de dar una explicación mística del método estadístico de Graunt, efectuando al mismo tiempo interesantes contribuciones matemáticas al método y colaborando en forma muy eficaz al conocimiento y difusión del mismo en el continente europeo.
1719-1772 Prusia	**Gottfried Achenwall**	Profesor de las universidades de Marlborough y de Göttingen utilizó el término de estadística referido a masas de datos numéricos, a su concentración y presentación en tablas y gráficas. Se le atribuye la paternidad de la palabra *Estadística* como “ciencia de las cosas que pertenecen al Estado llamando Estado a todo lo que es una sociedad civil y al país en que ella habita, con todo lo que se encuentra de activo y de efectivo; la Estadística se ocupa de los fenómenos que pueden favorecer o defender la prosperidad del Estado. Aclara “la política enseña cómo deben ser los Estados, la Estadística explica cómo son realmente”. Esta definición condena el pensamiento de la corriente conocida con el nombre de “Estadística universitaria”.
1754-1835	**John Sinclair**	Obra: Statistical Account of Scotland (Informe estadístico sobre Escocia 1791-1799).

En el siglo XVII se inicia el desarrollo del Cálculo de probabilidades.[68]		
1601-1665 Francia	**Pierre Fermat**	Fue uno de los iniciadores del llamado Cálculo de probabilidades. Cuyos primeros problemas, que se resuelven en el siglo XVII, se refieren a los juegos de azar. Uno de los dos científicos que pretendieron resolver algunos problemas del azar planteados por el Caballero de Meré, *"El problema de las partidas"*, es solucionado por él y por Blaise Pascal en forma distinta, aunque con resultados concordantes. En su *Teoría general de las combinaciones* y formalizados en el siglo XVIII con los estudios de Santiago Jacob Bernoulli.
1623-1662 Francia	**Blaise Pascal**	Comenzó a trabajar en geometría a la edad de 12 años, descubrió que la suma de los ángulos de un triángulo corresponden a dos ángulos rectos. Junto con Fermat son los iniciadores del llamado Cálculo de probabilidades. En su solución *"del problema de las partidas"*, utiliza las propiedades de los hoy llamados números combinatorios, es decir, los coeficientes del desarrollo de las potencias de un binomio y que forman un triángulo numérico, llamado por Pascal "triángulo aritmético", y que a veces impropiamente se llama triángulo de "Pascal". Él dio su expresión general y algunas de sus propiedades. Su más famoso trabajo en filosofía es Pensées, una colección de pensamientos personales del sufrimiento humano y la fe en Dios. "Si Dios no existe, uno no pierde nada al creer en él, mientras que si existe uno pierde todo por no creer".
1629-1695 Holanda	**Christiaan Huygens**	Físico astrónomo con importantes investigaciones matemáticas. Publicó un breve tratado "sobre los razonamientos relativos a los juegos de dados", inspirado en la correspondencia de los matemáticos franceses. Para él ha bastado la intuición del "hombre de la calle" y sus necesidades corrientes, para la fundamentación, siendo el primero en introducir la *esperanza matemática.*
La familia de los Bernoulli proporcionó durante los siglos XVII, XVIII y XIX más de una decena de matemáticos, de los cuales tres muy importantes. Jacob es el primero de los Bernoulli en estudiar en una universidad, el primero en investigar en las ciencias matemáticas, el primero en recibir un título de doctor y el primero de la familia en ser aceptado como catedrático de matemáticas en la Universidad de Basilea. Se convirtió en guía espiritual y en ejemplo de todos los demás magníficos geómetras Bernoulli que le sucedieron. Gustaba de desafiar intelectualmente a los demás, de consagrarse a la resolución de problemas y de polemizar sobre las soluciones.		
1654-1705 Holanda-Suiza	**Santiago Jacob Bernoulli**	Realizó estudios filosóficos, teológicos y de idiomas en la Universidad de Basilea. Se graduó con el grado de magíster en filosofía a los 17 años, y 5 años más tarde era doctor en teología. Dominaba los idiomas alemán, francés, inglés, latín y griego. Pero Jacob sentía una gran inclinación hacia las matemáticas y, a escondidas, estudiaba diferentes aspectos de ellas, sin maestro alguno y casi sin libros adecuados. Su vida científica giró alrededor del núcleo fuerte del estudio de las curvas con el uso del nuevo cálculo. Su obra matemática se repartió por igual entre los nuevos métodos infinitesimales y el cálculo de las probabilidades, fue quien uso por primera vez la palabra "integral". Formuló las tablas de distribución de probabilidad Binomial e inició los estudios sobre la estabilidad de las series de datos obtenidos a partir de

[68] En el siglo XVII paralelamente al desarrollo de la Estadística, como disciplina científica, pero en forma independiente, se desarrolló el Cálculo de probabilidades.

		registros de mortandad. Su obra *Ars conjectandi* fue publicada póstumamente en 1713 y con ella el cálculo de probabilidades adquiere autonomía científica. En ella se establecieron las bases de la teoría de la probabilidad. Se compone de cuatro partes, la primera reproduce con valiosos comentarios, la obra de Huygens sobre las probabilidades; la segunda es un tratado de combinatoria y en ella aparece la expresión que Bernoulli deduce inductivamente partiendo de la suma de números combinatorios de igual denominador, que da la suma de las primeras diez potencias de los primeros n números naturales, expresión en la que aparecen los coeficientes constantes hoy llamados números de Bernoulli, algunas de cuyas propiedades estudia; la tercera parte se refiere a los juegos de azar y la cuarta, incompleta, aplica las doctrinas precedentes a cuestiones civiles, morales y económicas. En ésta última parte aparece el problema del límite hoy denominado teorema de Bernoulli, y la llamada *ley de los grandes números* -nombre que le fue dado por el matemático francés Simon D. Poisson-. El teorema de Bernoulli fue el primer intento para deducir medidas estadísticas a partir de probabilidades individuales – y su autor aseguraba que tardó veinte años en perfeccionarlo-. Este tiempo no fue malgastado, si consideramos la importancia central del resultado, pero matemáticos, científicos y filósofos han dedicado, desde entonces, mucho más de veinte años, examinando y discutiendo el significado exacto del teorema y su alcance para aplicaciones estadísticas. Las distribuciones binomial, de Poisson y binomial negativa, involucran ensayos de Bernoulli en el muestreo que se lleva a cabo con reemplazo.
1667-1754 Francia- Londres	**Abraham De Moivre**	Se ocupó especialmente de probabilidades y por tanto de temas vinculados con los números combinatorios, suma de las potencias de los números naturales. Descubrió la función de densidad de probabilidad de la distribución normal en 1733 como una forma límite de la función binomial, después la estudió Laplace. Se la conoce como distribución gaussiana porque Gauss la citó en un artículo que publicó en 1809.
1700-1782 Suiza- Francia	**Daniel Bernoulli**	Médico y matemático profesor en la Universidad de San Petersburgo. Se dedica al estudio de la teoría de las probabilidades y la relaciona formalmente en sus aplicaciones prácticas con la estadística (estadística de la salud). Estableció una relación fundamental conocida como principio de Bernouilli. Estableció una relación fundamental conocida como principio de Bernouilli.
1702-1761 Inglaterra	**Thomas Bayes**	Teólogo, autor de la primera inferencia inductiva formal, el primero en utilizar la probabilidad inductivamente, estableciendo un fundamento matemático para la inferencia probabilística. En un ensayo póstumo quedó patente el intento de establecer las probabilidades tras el conocimiento de causas. Laplace, a los once años de su muerte, dio a conocer definitivamente sus revolucionarias teorías. Estudió las probabilidades inversas. Su trabajo esta siendo revalorado hoy en día con la Estadística Bayesiana, donde se utiliza la información a priori que el investigador tiene de un fenómeno.

Se fusionan las disciplinas Probabilidad y Estadística.[69]		
1749-1827 Francia	**Pierre Simon Laplace**	Astrónomo y matemático, colaboró durante la Revolución Francesa a establecer un sistema métrico, enseñó cálculo y fue miembro del Instituto Francés. Estudia el análisis matemático, trabajando en la teoría de la probabilidad. Una de sus contribuciones es el Teorema del Límite Central.[70] Establece las primeras hipótesis estadísticas de orden intuitivo, lleva a cabo estudios sistemáticos de cómo se desvía un conjunto de valores a partir de su promedio y escribe la Teoría analítica de las probabilidades en 1818 y Ensayo filosófico sobre las probabilidades (1814) en la cual se expone la teoría sin fórmulas matemáticas escritas. En el tratado sobre las probabilidades de Laplace se utilizan los recursos de análisis infinitesimal, se introduce el principio de los cuadrados mínimos, y se estudian todos los problemas y contribuciones de los autores anteriores, el teorema de Bayes sobre la probabilidad de las causas, enunciado en una memoria póstuma de Thomas Bayes (m. 1761), y el problema "de la aguja", propuesto y resuelto por Georges Louis Leclerc de Bufón (1707-1788). Sus trabajos permitieron dar su definitiva estructuración al Cálculo de probabilidades.
El **Cálculo de probabilidades** adquiere su **definitiva estructuración**		
1781-1840 Francia	**Simeón Denis Poisson**	Se ha ocupado del cálculo de las variaciones, diferencias finitas y cálculo de probabilidades entre otros temas. Fue el primero en descubrir la distribución que lleva su nombre, es una distribución discreta de probabilidad muy útil en la que la variable aleatoria representa el número de eventos independientes que ocurren a una velocidad constante y en 1837 establece el desarrollo matemático de la "ley de los grandes números".
1777-1855 Alemania	**Karl Friedrich Gauss**	Astrónomo, físico y matemático de trascendental importancia que dominó la comunidad matemática durante y después de su vida. A los 18 años crea un método para el trazado gráfico del eptadecágono con regla y compás. Es también uno de los creadores de la geometría no euclideana, campo que comenzó a investigar a la edad de 15 años. Orbitas planetarias. Escribió un tratado de Mecánica Celeste. Colaboró en el área de la física (con Wilhelm Weber). Profesor de la universidad de Göttingen, dirigió su observatorio. Destacó en los múltiples campos de la matemática: cálculo de probabilidades, creador de la distribución normal y de los mínimos cuadrados. En 1821 expresó su teoría de los errores y analizó la gráfica en forma de campana usada tan frecuentemente en el campo de las probabilidades. Demostró que era una curva típica de la distribución de los errores cometidos en las observaciones científicas que, desde entonces, se ha llamado curva de probabilidades normal o curva de Gauss, también publica un tratado sobre las series hipergeométricas. Introduce los números combinatorios en el análisis, realiza un estudio riguroso de

[69] El estudio de las disciplinas Probabilidad y Estadística, iniciado independientemente se fusiona con Laplace y el *Cálculo de Probabilidades* pasa a ser un auxiliar valioso de la Estadística A partir de Laplace, las dos disciplinas, Cálculo de probabilidades y Estadística se fusionan de manera que el Cálculo de probabilidades se constituye en el andamiaje matemático de la Estadística.
La obra de Laplace y de otros matemáticos como Poisson, Gauss, etc., proveyeron al Cálculo de probabilidades de recursos matemáticos que lo llevaron a un grado de perfeccionamiento que lo ha hecho apto para las aplicaciones a diversos campos de la ciencia y muy especialmente a la Estadística.

[70] Box (1978, pag 66) se lo atribuye.

		las series, presenta algunas contribuciones a la teoría de los números y a la resolución de problemas astronómicos y físicos.
1796-1874 Bélgica	**Adolfo Quetelet**	Matemático, astrónomo y estadígrafo considerado el fundador de la *Estadística moderna*. Trabajó durante muchos años realizando notables aplicaciones estadísticas abriendo, para esta disciplina, un campo muy vasto de posibilidades, tanto en cuestiones sociales, demográficas como antropológicas. Fue el principal director de *"Correspóndanse mathématique et phisique"* -publicación periódica dedicada a la matemática Bruselas en el período 1824 a 1839-. Cabe citar su obra *Sur l´homme* (1835) que contiene relevamientos y estadísticas sacadas de los libros de los registros civiles para conocer frecuencia de los delitos y suicidios y sobre el desarrollo físico del hombre. Se lo considera fundador de la Antropometría. En esta época la Estadística se circunscribía a lo que hoy conocemos como series de frecuencia, y dentro de ese capítulo, únicamente se utilizaban las aproximaciones mediante la función normal de Gauss. De él aprendió Francis Galton.
Nace la **"Estadística moderna".**		
1802-1860 Hungría	**Johan Bolyai**	En 1832 Gauss se entera que él, hijo de un amigo suyo, había redactado un trabajo similar, felicita al amigo y con la honestidad científica que caracterizó toda su vida, abandona el tema.
1821-1894 Rusia	**Pafnuti Lvovich Chebyshev**	Contribuyó con la teoría de los números primos, las probabilidades, el análisis y aplicaciones matemáticas. En la teoría de las probabilidades, la desigualdad de Chebyschev es una importante herramienta, debido a su generalidad. Se aplica a cualquier distribución de probabilidad con un número finito de media y varianza.
1822-1911 Inglaterra	**Francis Galton**	Antropólogo dedicado a los problemas de la herencia, fundador de la Eugenesia. Extiende la estadística a los datos de tipo genético para el estudio de la herencia de los caracteres somáticos y psíquicos proporcionando con su ley de regresión de los caracteres humanos a la media, el origen del método de las correlaciones, fundamental para el empleo en la elaboración de test mentales. Sus obras *Hereditary Talent* y *Hereditary Genios* puede considerarse precursor de la psicometría en psicología. La palabra "regresión" la utilizó por primera vez con el significado: las técnicas de regresión proporcionan medios legítimos a través de los cuales pueden establecerse asociaciones entre las variables de interés en las cuales la relación usual no es casual. Creó, entre otras teorías, la de *regresión*, que con la de *correlación*, desarrollada por Pearson, constituyen uno de los capítulos más fecundos en las aplicaciones de la Estadística. Gran interprete de los datos juntados por Weldon junto con Pearson. De él procede toda la **escuela inglesa de estadísticos y biometristas** (Pearson, Fisher, Yule, Spearman, Gosset –Student-, Thurstone, etc.).
Escuela inglesa de estadística y biometría.		
1837-1914 Alemania	**Wilhelm Lexis**	Amplió los estudios de Quetelet, probando que no era solamente la curva normal la que podía servir de modelo a una serie de frecuencias. Esta corriente de ideas fue luego desarrollada y completada por los trabajos de numerosos investigadores, entre los que cabe destacar a Pearson y

		Charlier.
1839-1914 USA	**Charles Sanders Peirce**	Científico, filósofo y humanista. Con él nace el denominado pensamiento peirceano cuyo concepto central no sólo para su filosofía de la ciencia sino para toda su obra es el de abducción.[71] Creía en el azar absoluto –introdujo la "casualización" artificial en el diseño de experimentos. Suministró uno de los dos principios de toda inferencia estadística.[72] En su pragmatismo puede encontrarse toda una teoría de la acción humana.
Rusia-Alemania 1845-1918	**George Cantor**	Matemático y filósofo fundador de la teoría de conjuntos y descubridor de los números transfinitos. Enunció multitud de teoremas, haciendo contribuciones significativas en la teoría de la dimensión. Matemáticos de gran renombre como Hilbert, Russell y Zermelo continuaron su labor.
1856-1922 Rusia	**Andres Andreyevich Marcov**	Matemático. Autor de varios trabajos sobre cálculo de diferencias finitas y cálculo de probabilidades. En los Mathematische Annalen ha publicado interesantes estudios sobre la serie hipergeométrica. Destacan sus estudios sobre las cadenas, que llevan su nombre, en el ámbito de los procesos estocásticos y su método para ajustar modelos lineales.
1857-1936 Inglaterra	**Karl Pearson**	Estudió Derecho, aunque él siempre se destacó en matemáticas. A los 27 años comienza a impartir clases de matemáticas en la Universidad de Londres. Se interesó por la aplicación de las matemáticas al estudio de la evolución de las especies y la herencia. Estudios sobre los problemas biológicos de la herencia y la evolución. Algunas aportaciones importantes en el campo de la estadística son: desarrolló la metodología para algunos estudios específicos, el coeficiente de correlación lineal, la distribución chi-cuadrado y la prueba de la *ji* o *chi-cuadrada* o el test de Pearson cuya finalidad es estudiar la bondad del ajuste de una distribución empírica a partir de una teórica. Escribió uno de los clásicos de la filosofía de la ciencia *Grammar of science* y fundó el primer periódico estadístico: *Biométrica.* Su teoría sobre pruebas de significatividad y otras contribuciones sirvieron para configurar la estructura de la teoría de las muestras, teoría que se estructuró a partir de sus trabajos y los de sus discípulos. Fue el más importante del trío de Biometrika.
Se estructura la teoría de las muestras.		
1867-1947 Inglaterra	**Irving Fisher**	Derivó del estudio de problemas económicos un estudio que culminó con el tratado sobre números índices; redefinió la estadística y estableció que el objetivo de los métodos estadísticos es la reducción de grandes masas de datos, en lo que distinguió 3 problemas básicos: los de especificación de la clase de población de la cual provienen los datos, los de la distribución de probabilidad que siguen y los del tipo de estudio deseado y métodos de inferencia necesarios.
1871-1951 Escocia	**George Udny Yule**	En 1895 Yule fue elegido miembro de la Royal Statistical Society. Produjo importantes artículos sobre regresión y correlación. El trabajo titu-

[71] Según la Logic of Science de 1866-67, el proceso del conocimiento requiere una aplicación aún más estricta de un método falibilista de ensayo y error. A su vez este método viene hecho posible por otros tres: el inductivo, el deductivo y el propiamente abductivo. El método abductivo localiza de un modo retroactivo los presupuestos y las hipótesis utilizadas a su vez por los otros dos métodos, siguiendo con este fin un proceso de creciente generalización ascendente o de aplicaciones descendentes cada vez más concretas, para tratar de confirmarlas o refutarlas según los casos.

[72] Su pragmatismo "pragmaticismo", concebido inicialmente como un método lógico para aclarar el significado de los conceptos, se convirtió en el movimiento filosófico dominante en la América de finales del siglo XIX y principios del XX.

		lado *On the Theory of Correlation* fue el primero publicado en 1897. Desarrolló una aproximación a la correlación a través de la regresión conceptualizando el uso de los mínimos cuadrados y alrededor de 1920 su trabajo predominaba como aplicación en las ciencias sociales.
1875-1941 Francia	**Henri Leon Lebesgue**	Profesor de la Universidad de París. Creó una integral más general que la de Rieman, que tiene muchas aplicaciones en la teoría de la probabilidad.
1876-1937 Inglaterra	**William Sealey Gosset "Student"**	Empleado por la firma cervecera Guinnes en Dublín, en 1906 fue enviado a trabajar con K. Pearson en el University College de Londres, donde llevó a cabo sus principales contribuciones a la estadística, publicadas bajo el pseudónimo de Student. Estudió el problema de la estimación para muestras pequeñas, analizando la distribución del estadístico luego llamado t de Student. Publicó la solución del problema de cómo comparar medias cuando no se conoce la varianza y las muestras son pequeñas. Su actividad estuvo empañada por la presencia cercana de su amigo y competidor Fisher. Se dice que en un homenaje que le hicieron dijo con amarga modestia: "No fue nada, Fisher lo hubiera descubierto igual".
1881-1974 USA	**George W. Snedecor**	Estadístico que aplicó procedimientos de inferencia en el marco de las especialidades biológicas y agrícolas. Creó la distribución F con m y n grados de libertad (F, en honor a Fisher) como cociente de distribuciones chi-cuadrado, escribiendo 88 publicaciones entre 1925 y 1967. Creó el Departamento de Estadística de la Iowa State University. Hizo el best seller de la estadística. Su labor como difusor de las ideas de Fisher fue tan importante que un autor dijo: "Gracias Dios por crear a Snedecor, ahora podemos entender a Fisher".
1883-1953 Alemania-EEUU	**Richard E. Von Mises**	Matemático, filósofo e ingeniero. Profesor de las universidades de Estrasburgo, Berlín y Estambul. Fue director del Instituto de Matemática Aplicada de la Universidad de Berlín. Postuló la definición frecuencial de probabilidad en 1919, se refiere a la probabilidad como "el Valor Límite de la Frecuencia Relativa. Esta es la razón del número de casos en que el atributo a sido hallado al número total de observaciones."[73] Se trasladó a EEUU. Editor de la revista de Matemática y Mecánica Aplicada. Escribió ¿Cálculo de Probabilidades?.
1887-1955 USA	**Louis Leon Thurstone**	Es uno de los mayores representantes de la medición mental dentro de la corriente funcionalista. Realizó grandes aportaciones a la medición de la inteligencia y de las actitudes sociales. Fue el primero en aplicar el análisis factorial, como técnica matemática estadística a la investigación psicológica. Defendió la explicación de la inteligencia como conjunto de siete capacidades o factores, también identificables mediante el análisis factorial.
1887-1974 Rusia	**Vladimir Ivanovich Smirnov**	Junto a Kolmogorov desarrollo el concepto de prueba estadística
1887– 985 Hungría	**George Polya**	En 1920 enunció uno de los teoremas más importantes de la estadística, El Teorema Del Límite Central.

[73] Von Mises, Richard E. Probabilidad, Estadística y Verdad. 1928.

1890-1962 Inglaterra	**Ronald Aymer Fisher**	Es la figura más prominente de la Estadística de todos los tiempos. Matemático educado en Cambridge creador del análisis multivarido. Su tema central es la inferencia aplicada a la genética y a la agricultura, estimulado por sus estudios de experimentación agrícola en la Estación Experimental de Rothamsted. Hacia 1919 desarrolla el análisis de la varianza y los principios del diseño de experimentos (desarrolló y estructuró en forma rigurosa, con la colaboración de sus discípulos; en particular la *teoría de las pequeñas muestras* y la de *estimación)*. Creó la función que lleva su nombre y prestó más atención a los procedimientos de estimación. También hizo importantes contribuciones teóricas como el método de máxima verosimilitud. Sus aportes en genética son importantísimos y contribuyó a fundar Biometrics y la Biometric Society.
Creo los **métodos estadísticos modernos** y el **diseño de experimentos**. Desarrollo y estructuración rigurosa de "la **teoría de las pequeñas muestras**" y "la **teoría de la** estimación"		
1894-1981 Polonia – Inglaterra- USA	**Neyman, Jerzy**	Contemporáneo y rival de Fisher. Polaco emigrado a Inglaterra, elaboró conjuntamente con E. S. Pearson el lema más famoso de la estadística (Lema de Neyman-Pearson) que es la base de la moderna teoría de la decisión. Luego emigró a California donde engrandeció la Universidad de Berkeley.
1903-1987 Rusia	**Andrei Nikolaevich Kolmogorov**	Se doctoró en Matemáticas en la Universidad de Moscú, en la que desarrolló toda su actividad docente e investigadora. Tras realizar unos primeros trabajos sobre teoría de funciones reales, estudió algunos temas de teoría de la medida y efectuó investigaciones sobre lógica intuicionista. Su nombre se halla asociado a la teoría de probabilidades, campo al que aportó a la axiomática del cálculo de probabilidades los últimos toques que la hicieron aceptable para los matemáticos "puros" (axiomática Kolmogorov que constituyen el fundamento de la teoría de las probabilidades a partir de la teoría de conjuntos). Mucho más que cualquier otro matemático, amplió los dominios y la comprensión humana del azar
1906-1970 Yugoslavia- USA	**William Feller**	Matemático enseñó en la Universidad de Kiev, desde donde pasó a Estocolmo en 1933. Instalado en EEUU desde 1939, fue profesor de las Universidades de Cornell y Princeton. Contribuyó decisivamente a la formulación del cálculo de probabilidades como teoría matemática rigurosa y se ocupó en particular de los llamados teoremas del límite y de los procesos.
Formulación del cálculo de probabilidades como teoría matemática rigurosa.		
1912-1995 Rusia	**Boris Vladimirovich Gnedenko**	El prefacio que Gnedenko y Kolmogoroff escribieron en 1954 declara que: "todo el valor epistemológico de la teoría de probabilidades se basa en esto: los fenómenos aleatorios, considerados en su acción colectiva a gran escala, crean una regularidad no aleatoria". El modelo subyacente corresponde al de una sucesión de números obtenidos por lanzamiento de un dado: la proporción de doces es muy variada (fenómeno aleatorio) en diez lanzamientos, pero será muy cercana a 1/6 (regularidad no aleatoria) en un gran número de tiradas (a gran escala)

Inferencia Estadística Moderna		
1902-1950 Austria - USA	**Wald Abraham**	Matemático discípulo de K. Menger en la Universidad de Viena y trabajó con el economista Oscar Morgenstern antes de exiliarse en E.U.A. (1.938). En este país se dedicó a la estadística, a la que aportó un rigor matemático que todavía no ha sido igualado. Fue el fundador del análisis secuencial y de la teoría de las funciones de decisión estadística.
1903-1957 Hungría	**Von Neumann Janos John**	Creador de la axiomática sobre la moderna teoría de la probabilidad de la utilidad, se movió en el ámbito económico. De procedencia húngara pasó a EEUU, colaborando con Oscar Morgenstern.
1910-1980 Escocia	**William Gemmell Cochran**	Matemática. Profesor de Diseño y de Muestreo, hizo libros históricos en ambas áreas, todavía no totalmente superados, el primero de ellos con Gertrude Cox. Recorrió varias universidades como Iowa State, Harvard y Johns Hopkins. Participó en medicina con contribuciones también históricas.
1917-1971 USA	**Leonard Jimmie Savage**	Educado en la Universidad de Michigan, se especializó en estadística aplicada, empleando la función de utilidad y la teoría de juegos. Trabajó en inferencia bayesiana, siendo el iniciador del movimiento bayesiano.
Se inicia el movimiento bayesiano		
1921- USA	**Kenneth Joseph Arrow**	Economista y catedrático en Harvard desde 1951. Experto en teoría de la decisión, recibió el Premio Nóbel de Economía en 1972 por su contribución al desarrollo económico. Creador de la teoría del bienestar (utilidad colectiva).

Cuadro N° 2 Principales Autores según la rama a la que hicieron su contribución

Estadística			Probabilidad	
Momento histórico	**Autor**		**Momento histórico**	**Autor**
1620-1674	• **John Graunt**		1601-1665	• **Pierre Fermat**
1600-1681	• **Germán Cönning**		1623-1662	• **Blaise Pascal**
1627-1687	• **William Petty**		1629-1695	• **Christiaan Huygens**
1658-1744	• **Edmund Halley**		1654-1705	• **Jacob Bernoulli**
1707-1767	• **Süsmilch**		1667-1754	• **Abraham De Moivre**
1719-1772	• **Gottfried Achenwall**		1700-1782	• **Daniel Bernoulli**
1754-1835	• **John Sinclair**		1702-1761	• **Thomas Bayes**

Probabilidad y Estadística	
1749-1827	• **Pierre Simon Laplace**
1777-1855	• **Carl Friedrich Gauss**
1781-1840	• **Simeón Denis Poisson**
1796-1874	• **Adolfo Quetelet**
1821-1894	• **Pafnuti Lvovich Chebyshev**
1822-1911	• **Francis Galton**
1837-1914	• **Wilhelm Lexis**
1845-1918	• **George Cantor**
1856-1922	• **Andres Andreyevich Marcov**
1857-1936	• **Karl Pearson**
1867-1947	• **Irving Fisher**
1871-1951	• **George Udny Yule**
1875- 1941	• **Henri Leon Lebesgue**
1876- 1937	• **William Sealey Gosset**
1887– 1985	• **George Polya**
1890- 1962	• **Ronald A. Fisher**
1887-1955	• **Louis Leon Thurstone**
1887-1974	• **Vladimir Ivanovich Smirnov**
1887-1985	• **George Polya**
1890- 1962	• **Ronald Aymer Fisher**
1894-1981	• **Jerzy Neyman**
1903- 1987	• **Andrei Nikolaevich Kolmogorov**
1906- 1970	• **William Feller**
1912-1995	• **Boris Vladimirovich Gnedenko**

Inferencia Estadística	
1902-1950	• **Abraham Wald**
1903-1957	• **Janos John Von Neumann**
1910-1980	• **William Gemell Cochran**
1917-1971	• **Leonard Jimmic Savage**
1921-	• **Kenneth Joseph Arrow**
…….	**……………………..**

Síntesis Evolutiva

Estadística

- **Antigüedad.** Tablas de Estadística agrícola - China
  Censos: romanos-egipcios-chinos-Biblia (a.C.)
  Media aritmética, geométrica, armónica: pueblos de Babilonia Pitagóricos (s. VI a. C.)

- **S. XVII** . Fundamentos de los métodos estadísticos.
  En 1662, **John Graunt** "Observaciones Naturales y políticas...hechas con las Listas de Mortalidad" uno de los primeros análisis estadísticos

- **S. XVIII.** Técnicas de censos. Se enseñaba en las universidades de la mano de **Achenwall**.
  Estadística como "ciencia de las cosas del Estado"

- **S. XIX** . Estadística Moderna .
  1806. *Domesday Book,* primer resumen estadístico de Inglaterra

- **S. XX.** Etapas estadísticas

Probabilidad

- **S. XVII**

  Se inicia el desarrollo del Cálculo de probabilidades.
  Problemas de juegos de azar, **Fermat** y **Pascal**.

  Fermat, *Teoría general de las combinaciones*
  Pascal, números combinatorios –
  Primer tratado relativo al Cálculo de probabilidades – **Huygens**

- **S. XVIII**
  Jakob Bernoulli, *Ars Conjectandi* (1713), Obra póstuma.
  El cálculo de probabilidades adquiere autonomía científica -*ley de los grandes números* –

  Daniel Bernoulli (1700-1782) relaciona formalmente la teoría de las probabilidades en sus aplicaciones prácticas con la estadística

  De Moivre. Función de densidad de probabilidad de la distribución normal-

Estadística y Probabilidad

- **S. XVIII**

Fusión del *Cálculo de Probabilidades* como auxiliar de la Estadística. El Cálculo de probabilidades se constituye en el andamiaje matemático de la Estadística

Principio de los cuadrados mínimos

Teorema de Bayes sobre la probabilidad de las causas, primera inferencia inductiva formal.

Problema "de la aguja", Georges Louis Leclerc de Bufón y Pierre Simon Laplace

Pierre Simon Laplace (1749-1827), primeras hipótesis estadísticas de orden intuitivo. *Teoría analítica de las probabilidades* (1818) y *Ensayo filosófico sobre las probabilidades* (1814)

- **S. XIX.**

Carl Friedrich Gauss (1777-1855). Introducción de los números combinatorios en el análisis- Ley normal del error, Tratado sobre las series hipergeométricas.

Gauss, **Bessel** y **Laplace** establecen el **"**método de mínimos cuadrados".

Simon Denis Poisson (1781-1840) Distribución de Poisson

Adolfo Quetelet. 1824 a 1839 director de la publicación *"Correspóndanse mathématique et phisique"*. Autor de *Sur l´homme* (1835), considerado fundador de la Antropometría

- **Fines S. XIX**

Lexis, Pearson y Charlier desarrollan y completan la idea de la existencia de otros modelos de distribuciones a parte de la Normal.

Escuela estadística inglesa, Galton, Pearson y R.A. Fisher, Yule, Student, Thurstone. Teoría de la correlación y regresión, Teoría de las muestras y Teoría de las series de tiempo y de los procesos estocásticos

Pafnuti Lvovich Chebyshev (1821-1894), Desigualdad de Chebyschev

- **S. XX**

Francis Galton (1822-1911), Técnicas de regresión. *Hereditary Talent* y *Hereditary Genios*, precursor de la psicometría.

Karl Pearson (1857-1936). Problemas biológicos de la herencia y la evolución. Elaboró la prueba de la C*hi-cuadrado*,

Grammar of science, clásico de la filosofía de la ciencia. Fundó el primer periódico estadístico: *Biométrica*

En 1920, **George Polya** enunció el teorema del límite central.

Prueba estadística- **Kolmogorov-Smirnov**

Kolmogorov Aportó la axiomática del cálculo de probabilidades-

Hechos que se destacan

Probabilidad

Siglo XVII	→	Nace el Cálculo de Probabilidades, La Geometría Analítica El Análisis Combinatorio El Cálculo Infinitesimal
Siglo XVIII	→	Se eliminan sus principales errores Se le da una forma teórica Comienzan a vislumbrarse aplicaciones
Siglo XIX	→	Se revela como instrumento irremplazable para el estudio de ciertos fenómenos físicos, como la cinética de los gases
Siglo XX	→	La Física da un libre impulso a esta teoría que parece haber sido creada exclusivamente para su uso.

"La probabilidad es el triunfo filosófico de la primera mitad del siglo XX.
Sostengo que los recuentos y enumeraciones exigen categorización y que definir nuevas clases de personas a los efectos estadísticos tiene consecuencias en lo tocante al modo en que concebimos a los demás y nuestras propias posibilidades y potencialidades".
Y aclara que las personas deben ser consideradas como átomos sociales sometidos a leyes sociales. Y que "estas leyes son estadísticas por su carácter [...] pudieron ser estadísticas sólo cuando los seres humanos desearon hacer un recuento de sí mismos y cuando tuvieron los medios para llevarlo a cabo"[74].

[74] Hacking, Ian (1995) .Op.cit.pp.20 y 22

ANÁLISIS DE INVESTIGACIONES

El investigador que no emplea la estadística, es como un ciego que trata de ver algo, sin conseguirlo.
Ronald A. Fisher

1. **Cortada de Kohan, Nuria y Batesteza, Beatriz.** *Actitudes y opiniones de egresados de la Universidad de Buenos Aires acerca de la necesidad de la estadística en las carreras no matemáticas.*

   Investigación realizada con el subsidio de UBA (C.S.)[75].

   Colaboraron las licenciadas: Graciela Rossi de Soldati y Cristina Venini.

   El interés era averiguar las opiniones que acerca de la matemática en general y en especial de la estadística tenían los egresados de la Universidad de Buenos Aires.

Problema	Marco Teórico	Metodología	Muestra
Obtención de información acerca de las falencias de los planes de estudio de la década del 80 y la necesidad de formación estadística expresadas por profesionales universitarios de carreras no matemáticas y matemáticas. .	• Creencias. Existen trabajos que sugieren que los logros en matemática están in-fluenciados tanto por factores emocionales como intelectuales ✓ Correlación positiva entre actitudes hacia la matemática y aptitud numérica ✓ "Matematofobia" • Ideas/ Conceptos.	Se utilizaron tres Instrumentos de evaluación: 1) una encuesta de opinión, 2) una escala de actitudes hacia la matemática y 3) una prueba de rendimiento matemático.	Dos muestras incidentales, una de 272 profesionales de carreras no matemáticas y otra de 40 profesionales de carreras matemáticas (Ccias. Económicas, Matemática, Computación e Ingeniería) para comparar.

Conclusiones:

- La estadística y la computación son consideradas por los profesionales no matemáticos como una formación no sólo conveniente sino necesaria y en algunos casos indispensables,
- Sobresalen las críticas a la enseñanza de la matemática en el colegio secundario pero éstas están dirigidas, sobre todo, a los métodos didácticos y a los programas,
- Las actitudes hacia la matemática y el rendimiento matemático están correlacionados (r = +0,58).
- Las diferencias en las actitudes hacia la matemática y el rendimiento matemático entre profesionales no matemáticos y matemáticos han resultados significativas estadísticamente.

[75] Docentes-investigadores: Nuria Cortada de Kohan: profesora de filosofía y letras, Universidad Nacional de Cuyo, Master of Arts, Psicología, Ohío State University. Beatriz Batesteza: licenciada en Matemática y en computación, UBA.

2. Hitt Espinosa F. y otros: *Sobre el uso de ciertos problemas en la exploración del razonamiento probabilista de los alumnos.*

Jesús Alarcón Bortolussi- Investigaciones en Matemática Educativa- Grupo Editorial Iberoamárica, 1996, México.

Problema	Marco Teórico	Metodología	Muestra
El recurso del ***Lenguaje*** de las situaciones clásicas permite elaborar problemas que ocultan su verdadera dificultad y distraen de los tratamientos adecuados, dando paso a respuestas inexactas	• Heurística de la: * representatividad * disponibilidad • Predicción/ Modelación • Creencias/ Respuestas espontáneas • Ideas/ Conceptos.	Se analizan ocho problemas mediante un cuestionario escrito, acerca de urnas, nacimiento de hijos, banderas, cartas, libros	Grupo de alumnos de secundaria y preparatoria

Conclusiones:

-Interés por el razonamiento probabilista en Educación Matemática, aunque todavía no existen demasiados estudios.

-Pocas oportunidades de reflexión sobre las creencias y falta de contrastación.

-Existencia de limitaciones en la exploración de las concepciones probabilísticas espontáneas:
-se privilegia la forma
-se elimina la modelización
-se identifica Combinatoria con conteo
-se estudia la complejidad de las situaciones aleatorias.

3. Azcárate P., Cardeñoso J.M. y Porlán R.: *Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad.*

Enseñanza de las Ciencia, 1998, España.

Problema	Marco Teórico	Metodología	Muestra
¿Cuál es el nivel de conceptualización de los profesores de primaria sobre ***Aleatoriedad***? ¿Cuáles son los contenidos de sus concepciones sobre el conocimiento ***Probabilístico***? ¿Pueden acometer la problemática de su enseñanza con su nivel de conocimiento actual?	Nociones de: * Suceso aleatorio * Aleatoriedad *Independencia * Dependencia	• Estudio piloto: cuatro entrevistas con cuestionario • Aplicación del cuestionario • Análisis descriptivo y multivalente de datos. • Informe y conclusiones	57 futuros profesores de primaria, sin instrucción Previa sobre el tema.

Conclusiones:

-Con respecto a la aleatoriedad: conocimiento de características intuitivas no formalizada, conocimiento cotidiano basado en la experiencia, elaborado desde el sentido común, y no desarrollado formalmente.

-Reveer los planes de estudio de los profesorados.

4. Estepa Castro y Batanero C.: *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística.*

Enseñanza de las Ciencias, 1995, España.

Problema	Marco Teórico	Metodología	Muestra
Estudio sobre las concepciones previas de los alumnos y estrategias empleadas en la resolución de problemas descriptivos de ***Asociación estadística***	Estudio del razonamiento sobre la asociación estadística iniciado por Piaget-Inhelder (1995) • Nociones de: -Asociación -Correlación • Esquema • Tabla de contingencia.	Cuestionario que consta de 10 problemas en los que los alumnos deben dar un juicio sobre la asociación existente entre dos variables (con tablas de contingencia, diagramas de dispersión y problemas)	Selección intencional de un grupo de 213 alumnos del curso de Orientación Universitaria de 3 Institutos de Jaén: 124 del COU de Ciencias y 89 del COU de Letras.

Conclusiones:

-Riqueza de conceptos y teoremas que el alumno emplea de forma intuitiva en la resolución de problemas.

-Existencia de errores y concepciones incorrectas.

5. Gustavo Barallobres: *Reflexiones sobre la enseñanza de la Matemática.*

Novedades Educativas N° 44.

Problema	Marco Teórico	Metodología	Muestra
Experiencias realizadas en clase acerca de algunos ***conceptos de Probabilidad y Estadística***. ¿No será una nueva moda enseñarlos, como en su momento la teoría de conjuntos? ¿qué lugar ocupan respecto a los temas habituales? ¿qué importancia tiene una aproximación al pensamiento probabilístico? ¿qué metodología utilizaremos para su enseñanza?	Conceptos	Se observó lo que sucede en el aula frente a una propuesta de aprendizaje: presentación de un problema	Alumnos de 6° año de una Escuela Técnica.

Conclusiones:

-Valorización de las ideas previas y presentación de un problema motivador.

-Búsqueda de la necesidad de construir un nuevo conocimiento.

-Comunicación grupal de los trabajos.

-Atención del profesor a las necesidades y dificultades.

6. Fabián Valiño: *Una reflexión acerca del concepto de probabilidad simple.*

Artículo para profesores no publicado.

Problema	Marco Teórico	Metodología	Muestra
Conflictos que se generan en torno a la enseñanza del ***Concepto de probabilidad*** y acerca del aprendizaje que realizan los alumnos sobre este contenido.	**Trabajo de Azcárate**: * suceso aleatorio, * aleatoriedad/azar * criterios de equiprobabilidad/ múltiples posibilidades/ incertidumbres/ causalidad; * obstáculo para la elaboración comprensiva del conocimiento probabilístico **Trabajo de Marín**: *delimitación de lo que el alumno sabe a partir de objetivos y modelos de enseñanza - concepción constructivista del aprendizaje: opciones didácticas y curriculares- **Piaget**	Buceo bibliográfico	Investigaciones de: Azcárate y Marín

7. Ross Honsberger, *El ingenio de las Matemáticas.*

La tortuga de Aquiles N° 4 Verano, La tortuga, 1994, España. -Capítulo uno, Probabilidad y Pi – ensayo.

Problema	Marco Teórico	Metodología	Muestra
Media geométrica • Problema enunciado: La probabilidad de que dos números positivos x e y, ambos menores que 1, elegidos al azar, constituyan, junto con 1, una terna de números (x, y,1) que pueden ser lados de un triángulo obtusángulo, es π- 4/2. • Se proponen 4 problemas resueltos con áreas.	• R. Chartes, 1904, verificó experimentalmente que la probabilidad de que entre 2 enteros positivos, elegidos al azar sean primos entre sí es $6/\pi^2$, mandando escribir a cada uno de sus 50 alumnos 5 pares de enteros positivos, llegando a π=3,14159 • Yaglom, 1964. • Polya, Ed. Tecnos, Matemática y razonamiento plausible, sobre historia del resultado $\Sigma 1/n = \pi^2/6$	Resolución del problema planteado en forma de ensayo, artículo.	

Conclusiones:

-Resolución del problema utilizando que: la probabilidad P(x,y) se encuentre dentro de una región G del cuadrado = área de G / área del cuadrado, es decir, utilizando el cociente de áreas.

8- Cobo Belén y Batanero Carmen: *La mediana en la educación secundaria obligatoria: ¿un concepto sencillo?.* 2000, España.

Problema	Marco Teórico	Metodología	Muestra
¿Podría resultar excesivamente difícil para los alumnos de secundaria, la mediana, uno de los elementos del análisis exploratorio de datos?	Textos de: • Calot (1974) y • Batanero y Cols (1988) sobre la mediana. • Tormo (1995) sobre la media aritmética	Se analizó las posibles dificultades de comprensión de las distintas definiciones, de las propiedades y del cálculo de la mediana.	Textos de secundaria

Conclusiones:

-La mediana es un concepto que presenta alguna dificultad de comprensión por parte del alumno. Esto se debe a las distintas definiciones y métodos de cálculo, las numerosas propiedades y a las relaciones con otros estadísticos.

-Es necesario realizar el diseño curricular adecuado para secuenciar convenientemente este contenido en el nivel secundario.

9. Batanero C.,Godino J.D., Green D.R., Holmes P. y Vallecillos A.: *Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales.* 2000, España.

Problema	Marco Teórico	Metodología	Muestra
Contribuir a la difusión de los resultados de las investigaciones sobre las dificultades y errores en la comprensión de los siguientes conceptos estadísticos: - Representación gráfica -Medidas estadísticas -Asociación en tablas de contingencia. -Contraste de hipótesis	. Obstáculos cognitivos que pueden explicar la existencia de errores y dificultades según Brousseau . Heurística de la: -representatividad -disponibilidad -ajuste y anclaje, según Kahneman y Cols	Descripción de las investigaciones sobre la complejidad de algunos conceptos estadísticos, que se desarrollan en los niveles no universitarios.	Investigaciones de: -Curcio (1987) sobre la comprensión de gráficos - Li y Shen (1992), Campbell (1974) y Pollasek y Cols (1981), sobre la media. -Mevarech (1983) sobre la dispersión. -Schuyten (1991), Estepa (1990) y Barr (1980) sobre estadísticos de orden -Scholz(1987), Jenkins , Ward (1965) y Piaget e Inhelder (1995) sobre la asociación en tablas de contingencia. - Rubin y Rosebery (1990) sobre diseño experimental. - Kahneman, Slovic y Tversky (1982) sobre el muestreo. -Brewer (1986), Falk(1986) y White (1980) sobre contraste de hipótesis

Conclusiones:

Para algunos conceptos estadísticos surgen dificultades en su enseñanza, las posibles razones son:

- la probabilidad y la estadística tienen un desarrollo reciente.
- gran parte de los conceptos estadísticos han tenido su origen fuera del campo de la matemática.
- la probabilidad y la correlación necesitan del razonamiento proporcional, que se ha demostrado ser un tópico difícil.
- a veces los alumnos muestran una falta de interés hacia la estadística, porque se les ha enseñado en forma muy abstracta.

10. Batanero Carmen: *Significado y comprensión de las medidas de posición central.* Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. UNO, 2000, 41-58. España.

Problema	Marco Teórico	Metodología	Muestra
¿El profesor es conciente de la complejidad de los conceptos estadísticos incorporados en la escuela primaria y secundaria?	Significado de un objeto matemático, partiendo como noción primitiva de la situación –problemática Identificando los tipos de elementos que constituyen el significado sistémico: -extensivos. -actuativos. -ostensivos. -intensivos. -validativos.	Se analizan las dificultades que los alumnos pueden encontrarse en las medidas de tendencia central.	Se presentan diversos problemas que permiten llegar a los conceptos estadísticos y a sus propiedades.

Conclusiones:

- Ayudar a comprender progresivamente los conceptos estadísticos no es tarea sencilla, se debe diseñar situaciones didácticas que propicien su aprendizaje significativo.
- Conocer las posibles dificultades que los alumnos pueden encontrar en las medidas de tendencia central , ayudan a los profesores, que tienen la responsabilidad de su formación estadística.

El estudio realizado previamente es el soporte fundamental en el que se basará la metodología para la implementación en el aula.

Con la reseña histórica realizada se pone de manifiesto que el conocimiento se encuentra en permanente expansión en forma dinámica desde el momento de su concepción. Expansión que fue posible desde las controversias, paradigmas en conflicto, luchas y ambiciones entre otras causas.

Tomar conciencia de este proceso posibilita diseñar una metodología de enseñanza donde la esencia de la ciencia esté presente para comprenderla y lograr su conceptualización en virtud de la evolución histórica como modelo de construcción de conocimiento.

Estructura del Diseño Metodológico

1- Selección del tema y sus alcances.
2- Ubicación del tema en la red conceptual a la que pertenece.
3- Génesis y desarrollo histórico del tema seleccionado, detectando si es factible:
    a- Los conflictos e interrogantes
    b- Las ideas preliminares sobre los conceptos
    c- Las primeras aproximaciones formales
    d- La utilización y verificación empírica de hipótesis
    e- Las distintas ópticas y su convergencia
    f- El nacimiento o alumbramiento de la teoría formalizada
    g- Su aceptación universal
4- Planteo de objetivos.
5- Selección de estrategias de trabajo en el aula.
6- Diseño de las actividades.
7- Implementación en el aula.
8- Evaluación.

Modelo de aplicación del diseño

Con la intención de presentar el desarrollo del diseño, se muestra a continuación un modelo aplicado a diferentes unidades temáticas.

Para la selección de los contenidos que se implementarán en el aula se contemplarán algunos resultados importantes que surgieron de las investigaciones analizadas, que se transcriben seguidamente:

1- La estadística y la computación son consideradas por los profesionales no matemáticos como una formación no sólo conveniente sino necesaria y en algunos casos indispensable.[76]

2- Se dan pocas oportunidades de reflexión sobre las creencias y falta de contrastación.[77]

3- Limitaciones en la exploración de las concepciones probabilísticas espontáneas:[78] - se privilegia la forma

- se elimina la modelización
- se destaca la complejidad de las situaciones aleatorias

4- Con respecto a la aleatoriedad los docentes en formación poseen conocimiento de características intuitivas no formalizadas y conocimiento cotidiano basado en la experiencia, elaborado desde el sentido común y no desarrollado formalmente.[79]

5- Existencia de errores y concepciones incorrectas.[80]

6- Búsqueda de la necesidad de construir un nuevo conocimiento.[81]

7- Conflictos que se generan en torno a la enseñanza y al aprendizaje del concepto de probabilidad.[82]

8- Para algunos conceptos estadísticos surgen dificultades en su enseñanza, las posibles razones son:[83] - la probabilidad y la correlación necesitan del razonamiento proporcional, que se ha demostrado ser un tópico difícil.

---

[76] Cortada de Kohan, Nuria y Batesteza, Beatriz. Actitudes y opiniones de egresados de la Universidad de Buenos Aires acerca de la necesidad de la estadística en las carreras no matemáticas.

[77] Hitt Espinosa F. y otros: *Sobre el uso de ciertos problemas en la exploración del razonamiento probabilista de los alumnos*

[78] Idem 3

[79] Azcárate P., Cardeñoso J.M. y Porlán R.: *Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad*

[80] Estepa Castro, Batanero Bernabeu: *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística.*

[81] Gustavo Barallobres: *Reflexiones sobre la enseñanza de la Matemática.* Novedades Educativas N° 44.

[82] Fabián Valiño: *Una reflexión acerca del concepto de probabilidad simple.*

[83] Batanero, C.; Godino, J.D.; Green, D.R.; Colmes, P. y Vallecillos A. *Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales*. 2000, España.

- a veces los alumnos muestran una falta de interés hacia la estadística, porque se les ha enseñado en forma muy abstracta.

9- Ayudar a comprender progresivamente los conceptos estadísticos no es tarea sencilla, se deben diseñar situaciones didácticas que propicien su aprendizaje significativo. [84]

Ahora bien, las dificultades planteadas en las investigaciones analizadas, sumadas a las propias del desarrollo histórico de algunos conceptos, inducen a tener presente las siguientes observaciones.

Según Luis A. Santaló, la enseñanza de la matemática debe ser un constante equilibrio entre la matemática formativa y la matemática informativa. Hay que formar, pero al mismo tiempo informar de las cosas útiles adecuadas a las necesidades de cada día y de cada profesión.

"La matemática en la escuela se ha pensado siempre como determinística, en la cual los problemas se debían resolver exactamente, hasta cualquier cifra decimal. Hay que cambiar este pensar determinista por el probabilista o estadístico, basado en valores medios, grandes números, extrapolaciones e inferencias, pues los fenómenos y las situaciones aleatorias son los que más aparecen en la naturaleza y en la vida de relación".[85]

Brousseau afirma que es preciso diseñar situaciones didácticas que hagan funcionar el saber, a partir de los saberes definidos culturalmente en los programas institucionales. Este planteo se apoya en la tesis de que el sujeto que aprende necesita construir por sí mismo sus conocimientos mediante un proceso adaptativo (Piaget, 1975) similar al que realizaron los productores originales de los conocimientos. Se trata, entonces, de producir una génesis artificial de los conocimientos, de que los alumnos aprendan haciendo funcionar el saber o, más bien, de que el saber aparezca como un medio para seleccionar, anticipar, ejecutar y controlar las estrategias que aplicará a la resolución del problema planteado por la situación didáctica.[86]

Desde las concepciones previas e intuitivas que tienen los alumnos se puede arribar a la comprensión del significado de un resultado incierto de una situación problemática. Para esto existen abundantes ejemplos que permiten tomar contacto con nuevos conceptos que surgen del contexto de la Estadística y la Probabilidad.

---

[84] Batanero, Carmen. *Significado y comprensión de las medidas de posición central.* Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. UNO, 2000, 41-58. España.

[85] Santaló Luis A. y otros. Parra, Cecilia y Saiz, Irma (compiladoras). *Didáctica de matemáticas.* Aportes y reflexiones. Editorial Paidós Educador. Argentina. 5ta reimpresión, 1997. pp.26 y 28.

[86] Santaló Luis A.; Gálvez, Gracia y otros. Parra, Cecilia y Saiz, Irma (compiladoras). Op.. Cit. p.46.

1- La selección de temas y sus alcances

El planteo de la reconceptualización de los modelos no determinísticos puede considerarse un punto de partida, dado que éste es el nuevo ambiente de trabajo y contrasta con la tradicional óptica determinística del quehacer matemático en general.

Un modelo es una interpretación abstracta, simplificada e idealizada de un objeto del mundo real, de un sistema de relaciones o de un proceso evolutivo que surge de una descripción de la realidad.

La construcción de modelos, su comparación con la realidad, su perfeccionamiento progresivo intervienen en cada fase de la resolución de problemas estadísticos, no sólo en el análisis de datos en situaciones prácticas, sino también en el trabajo de desarrollo teórico. Ejemplos notables para la modelización estadística a partir de un problema práctico lo constituyen las distribuciones de frecuencia y las distribuciones de probabilidad, que permiten describir en forma sintética el comportamiento de las distribuciones empíricas de datos estadísticos y hacer predicciones sobre su comportamiento. Un ejemplo de modelo por demás sencillo es la media aritmética siendo este plausible de perfeccionar a través del tratamiento de otros conceptos, algunos más evolucionados, referidos a conjuntos de datos cuantitativos.

El salto y el enlace entre la estadística descriptiva y la inferencial es sumamente importante, crucial se puede decir, ya que permite establecer una línea de complejidad creciente en la determinación de un modelo al que se puede arribar desde fenómenos empíricos básicos a través de la experimentación y la generalización de los resultados obtenidos. La comprensión del concepto de fenómeno aleatorio y el empleo de la definición frecuencial de probabilidad permiten que el alumno se aproxime al significado de distribución de probabilidad como resultado de un proceso de abstracción paulatino.

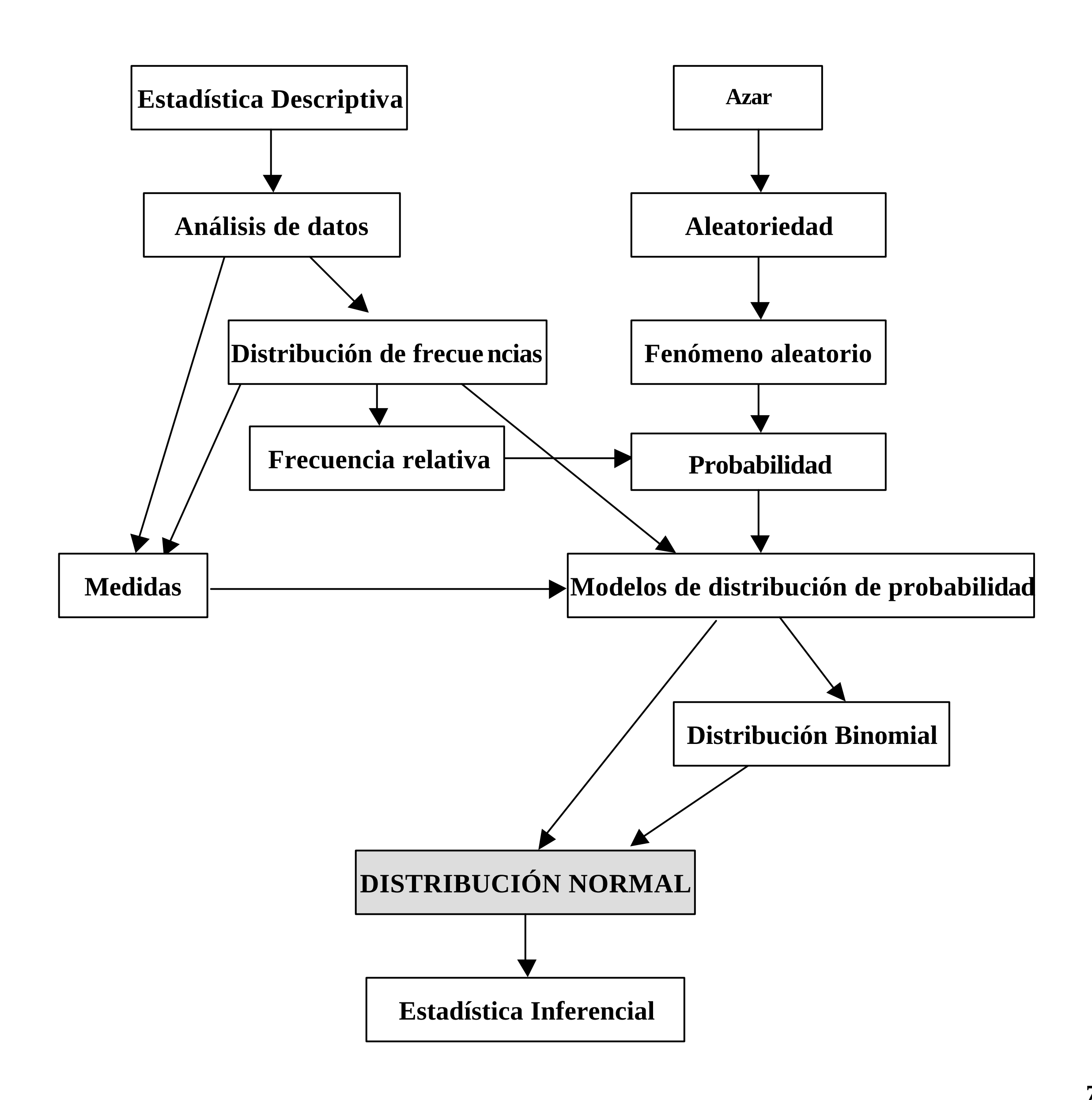
Otro modelo que posee una aplicación práctica inmediata, tangible y de fácil constatación es el de la curva normal de media cero que describe, entre otros fenómenos, con notable precisión la distribución empírica de los errores cometidos en mediciones repetidas de una misma cantidad y basta obtener una estimación de la dispersión de la distribución estudiada para tener el modelo completamente determinado.[87]

[87] Batanero, Carmen. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Presentado en la “X Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas”, Zaragoza, 2001.

Finalmente en este diseño se trabajará con la **distribución normal** pues los procesos que le dieron origen y sus diversas aplicaciones constituyen un material muy fecundo para que el alumno logre entender la interacción directa entre la Estadística y la Realidad y logre además comprender que esta ciencia ha avanzado por aproximaciones sucesivas y por experimentos hasta lograr su formalización.

Teniendo en cuenta que acceder a un modelo a partir de distintos caminos experimentales contribuye a que el alumno comprenda no sólo el concepto sino además su importancia y utilización en los más variados campos del saber, se deben diseñar distintas alternativas para su tratamiento en el aula.

2- Red conceptual



3- Génesis y desarrollo histórico

> *Para un espíritu científico todo conocimiento es una respuesta a una pregunta. Si no ha habido pregunta no puede haber conocimiento científico. Nada viene solo, nada es dado. Todo es construido.*
>
> Bachelard, *La formación del espíritu científico.*

"La historia de la matemática, en la complejidad de su evolución y de sus revoluciones, ilustra bien esta cita de Bachelard".[88]

La estadística se construye como respuesta a problemas y preguntas que generan a su vez nuevas preguntas y el planteo de nuevos problemas, originados en contextos muy diversos y formulados en general en otras ciencias, utilizando la matemática como herramienta y/o andamiaje.

Afirma Charnay que son los problemas que la originaron los que han dado sentido a las matemáticas producidas. Esta es, tal vez, la principal lección a tener en cuenta en la enseñanza.

A continuación se abordan algunos conceptos primarios indispensables y muchas veces desconocidos o conocidos en forma difusa por los alumnos: azar, aleatoriedad, normalidad, valor medio y finalmente, distribución normal. Al indagar en profundidad en los mismos es posible detectar las dificultades que éstos presentaron a través de la historia e identificar los cambios habidos en su significado. La reflexión epistemológica sobre los cambios de significado de los conceptos muestra la dinámica del pensamiento y la evolución del conocimiento.

Azar y aleatoriedad

Cuando se habla de estadística surge casi naturalmente la idea de azar aunque este concepto ha sufrido numerosos vaivenes a lo largo de su evolución, comenzándose a utilizar formalmente a fines del siglo XIX. Las primeras concepciones de azar eran, de alguna manera, místicas ya que aludían a la voluntad divina para explicar la ocurrencia de fenómenos no previsibles.

> *"¡Las antiguas y divinas prerrogativas del puro azar deben restaurarse! El Dios racional y bien organizado de la ilustración había sido invocado en Inglaterra por newtonianos del siglo XVIII para explicar la estabilidad estadística, pero así apagaron la chispa de más antiguos y más veleidosos dioses que gustaban del puro azar,*

[88] Charnay, Roland y otros. Parra, Cecilia y Saiz, Irma (compiladoras). Op.. Cit. p.51.

aquello con lo cual el ilustrado Hume dijo que era una palabra que nada significaba. Esa chispa fue reencendida por el romanticismo y avivada por Nietzsche".[89]

Influido fuertemente por las corrientes de pensamiento determinista de la época hasta el propio Laplace, siendo uno de los pilares fundamentales de las teorías probabilísticas, llegó a expresar su negación del azar:

"Todos los sucesos, hasta aquellos que a causa de su insignificancia no parecen seguir las grandes leyes de la naturaleza, son el resultado de ellas tan exacta y necesariamente como las revoluciones del sol."[90]

Laplace, 1795

Nietzsche captó el más difícil problema filosófico sobre el azar: la existencia de leyes explicativas de fenómenos y el azar no se contradicen, ninguna de ellas puede existir sin la otra ni la explica.

Mucho antes de que las leyes estadísticas lograsen su autonomía entró en circulación una idea diferente de azar. Nietzsche y Pierce fueron los dos grandes filósofos complementarios del siglo XIX, su concepción del azar fue curiosamente similar. Ambos creían que nuestro mundo (que otros consideraban ordenado) era un producto del azar. Ninguno de ellos pensó que la presencia de leyes en el universo hace por eso que el universo sea menos fortuito.[91]

Lejos quedó el concepto de azar tal como lo expresa Poincaré en 1936.[92]

"El azar no es más que la medida de nuestra ignorancia. Los fenómenos fortuitos son, por definición aquellos cuyas leyes ignoramos".

Esta concepción previa a la actual dejaba de lado la mística que encuadró al concepto originalmente pero no lograba explicarlo acabadamente. De hecho históricamente existieron fenómenos cuyas leyes se desconocían y posteriormente la ciencia se encargó de demostrar que eran no azarosos.

Entonces, se pueden identificar cinco momentos en el desarrollo del concepto de aleatoriedad o azar. [93]

1°- Voluntad de los dioses

Según Piaget en el hombre primitivo no había una intuición del azar, éste atribuía los sucesos aleatorios a causas ocultas o a la "voluntad de los dioses".

---

[89] Ian Hacking (1995). pp. 213 a 216.
[90] Hacking, Ian.. 1995. p. 32. Frase con que Laplace inicia su Ensayo filosófico sobre las probabilidades. Texto que se remonta a sus conferencias introductorias dadas en 1795 en la École Polytechnique.
[91] Ian Hacking (1995). pp. 213 a 216.
[92] Poincaré, 1936, p.69 de la reproducción en el libro de Newmann.
[93] Batanero, Carmen, 2001. Op. Cit. p.56.

2° - Incierto- causas desconocidas

Al plantearse la existencia de azar surge el segundo momento. Una primera acepción de aleatorio se recoge en el diccionario de M. Moliner (1983):

> *"Incierto. Se dice de aquello que depende de la suerte o del azar", siendo el azar "la supuesta causa de los sucesos no debidos a una necesidad natural ni a una intervención humana ni divina".*

En esta definición, aleatorio es aquello cuyas causas son desconocidas y el "azar" estaría personificado como la causa de los fenómenos aleatorios. Esta interpretación corresponde a la primera fase histórica en el desarrollo de la idea de aleatoriedad que finaliza al comienzo de la Edad Media. En esta etapa los dados o huesos de astrálago se usaron para echar suerte, tomar decisiones y en ceremonias religiosas, puesto que el azar suprimía la influencia de la voluntad, inteligencia o conocimiento del hombre.

3°- Fenómenos que se rebelaban ante toda ley

Los filósofos clásicos diferenciaban los fenómenos que parecían obedecer a leyes conocidas de los fenómenos aleatorios que no podían preverse porque se rebelaban ante toda ley. La aleatoriedad tenía, además, un sentido preciso y objetivo. Lo que era aleatorio lo era para cualquier persona.

4° - Aleatoriedad equivaldría a equiprobabilidad

Cuando comienza el cálculo de probabilidades se relaciona la aleatoriedad con la equiprobabilidad de los diferentes resultados de un experimento, es decir en este momento, un fenómeno sería aleatorio si todos sus resultados tienen la misma posibilidad de ocurrir.

Hacia el final del siglo XVIII y principios del XIX se amplía el campo de situaciones consideradas aleatorias, incluyendo no sólo los juegos de azar, sino muchos fenómenos naturales. Paralelamente se produce un cambio en el concepto de aleatoriedad, que se hace progresivamente más formalizado, introduciendo la idea de "independencia" que se considera imprescindible para asegurar la aleatoriedad de un suceso en experimentos repetidos.

5° - Cuando causas pequeñas producen un efecto considerable

Cuando causas pequeñas producen un efecto considerable se dice que el resultado es aleatorio porque la predicción resulta imposible, como en los juegos de azar, terremotos u

otros desastres naturales. Es precisamente la complejidad o multitud de las causas lo que muchas veces determina un resultado aleatorio.[94]

Finalmente consideramos como aleatorio a todo fenómeno cuyo resultado no es previsible sino que es producto de la intervención del azar.

Normalidad y valor medio

La idea de normalidad y valor medio surge en el siglo XIX, en ese período el determinismo sufrió un proceso de erosión dejando un espacio para nuevas concepciones, las leyes autónomas del azar. La idea de la naturaleza humana fue desplazada por el modelo de persona normal y leyes de dispersión; transformaciones que se dieron en forma paralela y se alimentaron recíprocamente. El azar hizo que el mundo pareciera menos caprichoso: el azar estaba legitimado porque aportaba orden al caos. Cuanto mayor era el indeterminismo en nuestra concepción del mundo y del hombre, más elevado era el nivel de control que se esperaba.[95]

Toda clase de conducta humana, especialmente el crimen y el suicidio fueron investigadas, se contaba con abundantes datos y se observaba que año tras año estas conductas se "manifestaban pasmosamente regulares". Los científicos e investigadores observaban que leyes estadísticas parecían desprenderse de las tablas oficiales de estos datos. Medidas como promedios y dispersiones engendraron la idea de persona normal y condujeron a nuevas clases de manejo social, a nuevos medios de modificar clases indeseables[96].

En esta misma época, biólogos, filósofos, sociólogos, físicos e ingenieros trabajaban, en forma simultánea, en distintas temáticas arribando a la misma ley y sin saberlo reconceptualizando la idea de lo "normal". Como por ejemplo Augusto Comte[97] que logra trasladar las ideas sobre lo normal y lo patológico de la fisiología a la sociedad. Él habló de la sociedad individual considerándola normal o perturbada y si bien nunca consideró que lo normal fuera un concepto estadístico este concepto llegó a denotar la primera idea estadística de fines del siglo XIX.[98]

A principios de la década de 1830, Quetelet en una serie de obras presentó el concepto de "hombre tipo". Sostiene Hacking que el *"homme type"* era la primera codificación de dos conceptos fundamentales del siglo XIX. En primer lugar hablaba no de un hombre tipo refi-

---

[94] Batanero, Carmen, 2001. Op.Cit. pp.12 y 13.
[95] Hacking,Ian (1995) .Op.cit.p.20
[96] Hacking, Ian (1995). Op. Cit. p.9
[97] La filosofía de A. Comte, fundador del positivismo e inventor de la sociología, hay que entenderla como un producto típico –quizá el primero que lo es clara y completamente– de la sociedad industrial del siglo XIX.
[98] Hacking, Ian (1995) .Op. cit .pp. 210 y 211.

riéndose al ser humano, sino de las características de un pueblo o de una nación como tipo racial. Antes se concebía un pueblo atendiendo a su cultura o a su religión; Quetelet introdujo una nueva dimensión mensurable y objetiva de un pueblo.

Hay un segundo aspecto más académico del *"homme type"* de Quetelet que tuvo extraordinarias consecuencias conceptuales. A partir de él podemos concebir la estatura tipo como una abstracción –el conveniente resultado de una operación aritmética-, pero también podemos comenzar a concebirla como un rasgo "real" de una población.

El siguiente paso que dio Quetelet, en 1844, un paso que fue menos advertido, transformó la teoría de medir cantidades físicas desconocidas (con un definido error probable) en la teoría de medir propiedades ideales o abstractas de una población. Como estas propiedades podían someterse a las mismas técnicas formales, se convirtieron en cantidades reales. Es decir que comenzó por transformar leyes estadísticas, que hasta entonces sólo describían regularidades en gran escala, en leyes de la naturaleza y de la sociedad que se referían a verdades y causas subyacentes.[99]

El legado de Quetelet fue el de haber hecho al término medio de una población tan "real" como la posición de una isla o una estrella.

Adolfo Quetelet, Augusto Comte y Francisco José Víctor Broussais denominaron normal a los valores que se encuentran en el término medio de la especie.

Emile Durkheim en un primer momento afirmó que el término medio ha de entenderse "como la masa densa central" que puede representarse con un solo número "porque todos aquellos números de la región del término medio pueden representarse por el número alrededor del cual aquéllos gravitan". También tenía la idea de que lo normal de una sociedad está hincado por un término medio que a su vez indica lo que es correcto; lo cual era contrario a Broussais (¡y a la mecánica!). Cabe aclarar que Durkheim cambia de opinión entre 1893 y 1894".

Durkheim plantea dos maneras enteramente distintas de entender lo normal. Una, es la funcional, en la que un fenómeno normal está vinculado con las condiciones generales y características de vida colectiva del tipo social y la otra, la versión no funcional, consideraba normal un fenómeno cuando el mismo estaba presente en el término medio de una sociedad particular en una fase dada de su evolución, desestimando sus extremos.[100]

---

[99] Hacking, Ian (1995) .Op. cit .pp.158 a 161.

[100] Hacking, Ian (1995) .Op. cit . El sociólogo elabora su idea de lo normal y patológico en una época donde la idea de normalidad era central en la clasificación y en los textos como el ensayo de 1893 de Lombroso "Delincuente, prostituta y mujer normal". pp. 246 a 250.

Paralelamente al cambio producido en el significado de la palabra normal, alrededor de 1840, se estableció plenamente la práctica de la medición, se buscaba la precisión en las mediciones en los más variados temas y juntamente con los estándares de las mediciones aparece también la idea de una norma en el dominio de lo social.

En 1889 Francis Galton declaró que la ley principal de las probabilidades "reina con serenidad y completamente inadvertida en medio de la más profunda confusión"[101].

Galton llega a la conclusión de que lo normal estaba caracterizado por la curva normal y que lo anormal era lo que se desviaba fuertemente de su término medio. Se concentró en la parte superior de la distribución identificando lo que se consideraba como anormal con lo excepcional y afirmando que sólo la parte inferior era lo patológico. La idea de normalidad de Galton se sitúa en nuestra cultura.

El legado de Francis Galton es el concepto de la autonomía de las leyes estadísticas plasmado en la conservación de la normalidad de una distribución de datos más allá de la ubicación del valor medio, evidenciando de este modo la estabilidad estadística.

Galton y Durkheim forman parte del momento fundamental de transición donde se erosiona el determinismo y se desplaza el concepto de naturaleza humana por obra de la idea de normalidad.[102]

Distribución normal

La Distribución Normal fue reconocida inicialmente por el francés Abraham de Moivre, quien en 1708 la estableció como el límite de una tirada de monedas es decir como el límite de una distribución de binomios[103] incrementando el número de ensayos. De Moivre publicó en 1733 un folleto con el título de Approximatio ad summan terminorum binomii $(a + b)^n$, en el que aparece por primera vez la curva de la distribución de errores.[104]

Posteriormente, a comienzos del siglo XIX, el matemático francés Pierre Simon de Laplace fue el primero en demostrar la relación

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,dx = \sqrt{p}$$

[101] Hacking, Ian (1995) .Op.cit. p. 18 y 23.
[102] Hacking, Ian (1995) .Op. cit . pp. 254 a 256.
[103] Donde cada término del binomio, en este contexto, tiende a 0,5 como probabilidad de cada resultado al arrojar la moneda.
[104] http://etsiit.ugr.es/profesores/jmaroza/anecdotario/anecdotario-d.htm.

en la que se basó el matemático y astrónomo Carl Friedrich Gauss para elaborar desarrollos teóricos y deducir en 1821 la curva normal de la probabilidad cuya fórmula finalmente es:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2p}\, s}.e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{s}\right)^2}$$

de ahí que también se la conozca como la "campana de Gauss" o como la **“**distribución de Laplace-Gauss”.[105]

Simultáneamente esta distribución fue empleada de manera extensa por científicos que notaron que los errores de mediciones físicas frecuentemente seguían un patrón similar a ella y Adolfo Quetelet en 1844 además la aplicó a fenómenos biológicos y sociales.

4- Planteo de los objetivos

Los objetivos generales a lograr mediante la aplicación de esta metodología de trabajo son:

- Realizar la integración de la ciencia con el contexto en el momento de su surgimiento y durante su evolución.
- Percibir el movimiento y desarrollo de los modelos estadísticos.
- Recorrer los caminos que condujeron a la modelización de fenómenos que siguen una determinada ley.
- Reconocer que los modelos surgen de una realidad objetiva, son una imagen abstracta de la misma y pueden resultar no muy cercanos a esa realidad.
- Diferenciar el modelo de los datos de los cuales proviene y al mismo tiempo reconocer la relación existente entre ambos.
- Destacar la importancia de la investigación como una herramienta de aprendizaje.
- Reconocer y recuperar el carácter humanista de la ciencia como producto de la evolución del hombre y del conocimiento.

En particular, para la distribución normal, los objetivos específicos son los siguientes:

- Obtener la curva de Gauss a partir de modelos previos o del manejo de datos.
- Modelizar la distribución normal a partir de situaciones concretas.
- Utilizar el modelo gaussiano en problemas variados.

---

[105] Cortada de Kohan, Nuria. “Diseño Estadístico” (Para investigadores de las Ciencias Sociales y de la Conducta). Editorial Universitaria de Buenos Aires. p.22.

5- Selección de estrategias

Juan D. Godino (2003) sostiene que los obstáculos epistemológicos presentes en todo proceso de enseñanza aprendizaje están intrínsecamente relacionados al propio concepto. Evidenciado por medio de un análisis histórico, tal tipo de obstáculo debe ser considerado como parte del significado del concepto. Por lo tanto, encontrarlos y superarlos pasa a ser una condición necesaria para la construcción de una concepción relevante.[106]

La historia de la estadística juega un papel metodológico importante ya que la descripción y el análisis de los pasos constructivos que se han dado en su evolución pueden reeditarse en favor del proceso de enseñanza, por tal motivo se ha puesto especial énfasis en la contextualización histórica, social, cultural y empírica de su naturaleza.

Para reeditar y vivenciar los procesos históricos, como recurso didáctico, las estrategias fundamentales de trabajo serán la **experimentación** y la **simulación**.

Si bien la experimentación y la simulación no proporcionan justificaciones ni demostraciones gran parte de la actividad estadística puede ser descripta a través de estos procesos hasta llegar a la modelización, de igual manera a lo registrado en la historia de los distintos conceptos.

Tanto la experimentación como la simulación de un fenómeno aleatorio son recursos didácticos que permiten:

- ✓ prescindir del aparato matemático para analizar situaciones estocásticas,
- ✓ comprender la diferencia entre modelo y realidad y
- ✓ mejorar las intuiciones sobre la aleatoriedad.

En particular, la experimentación permite que los alumnos logren visualizar, imaginar, en definitiva vivenciar el problema en estudio tal como lo realizaron quienes participaron en su desarrollo.

---

[106] Godino, Juan D.. "Investigaciones sobre Fundamentos Teóricos y Metodológicos de la Educación Matemática". Grupo de Investigación: Teoría y Métodos de investigación en Educación Matemática. Dirección: Juan D. Rodino. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Granada, Octubre de 2003. pp.43 y 44.

6- Actividades

Las actividades generales propuestas para poner en práctica las estrategias incluyen:

- Investigación de datos históricos.
- Relevamiento de datos estadísticos primarios o secundarios a través de instrumentos como ser: encuestas, fichajes, entrevistas, registros oficiales.
- Utilización de material concreto: dados, monedas, cartas.
- Manejo de números aleatorios provenientes de tablas o generados por una calculadora o una PC.

7- Ejemplo de implementación en el aula de la distribución normal

En este caso a partir de la investigación de su génesis y desarrollo se considera adecuado seguir los dos caminos que históricamente recorrieron sus "creadores" para lograr su modelización a saber:

- ✓ Arribar a la distribución Normal partiendo de la distribución Binomial, utilizando la experimentación en el aula para que los alumnos "revivan" el proceso real seguido por Bernoulli[107] y por De Moivre quien en 1773 descubrió la función de densidad de probabilidad de la distribución normal como una forma límite de la función Binomial.
- ✓ Obtener la función normal a partir del estudio de los errores de medición como lo hiciera Gauss o como distribución de medidas antropométricas siguiendo a Quetelet y Galton.

1- Distribución Normal como límite de la Distribución Binomial.

Para arribar a la distribución normal como límite de la binomial es necesario contar con un gran número de repeticiones de un experimento binomial.

Se propone la aplicación de esta actividad organizada en los siguientes pasos a un grupo ideal de 60 alumnos.

Primer paso-

Cada alumno debe realizar progresiva y acumulativamente "n" (n = 10, 20 y 30) lanzamientos de un dado registrando primero el valor que figura en la cara superior y contando luego la cantidad de números pares obtenidos después de los "n" lanzamientos.

---

[107] La vida científica de Jacob I.Bernoulli giró alrededor del núcleo fuerte del estudio de las curvas con el uso del nuevo cálculo.

Con los datos obtenidos se confecciona una matriz de resultados de los “n” lanzamientos como la que se adjunta en el Anexo 5 (tabla N° 9, de 61 filas y 14 columnas) de la cual se extractan los resultados de algunas tiradas y se presenta seguidamente.

En la primera columna figura el orden del supuesto alumno, en la segunda (subdividida en diez) los resultados de las 30 tiradas del dado completando 3 filas y en la tercera (subdividida en tres) la cantidad de números pares obtenidos según la cantidad de lanzamientos.

Tabla 9- X: cuenta la cantidad de veces que se obtuvo un n° par en “r” tiradas

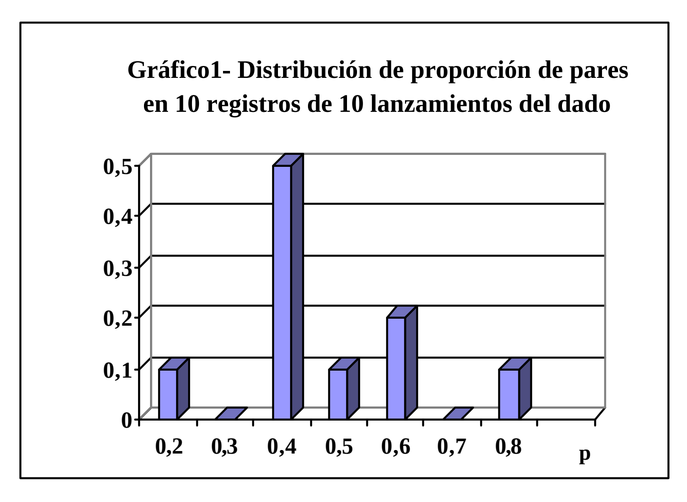
Orden	Resultados obtenidos en 30 tiradas de un dado										Cant. de pares en “n” tiradas		
											10	20	30
1	2	3	2	5	1	6	4	5	1	3	4		
	4	4	3	5	5	2	6	5	1	5		8	
	3	2	2	3	3	3	5	2	5	1			11
2	5	6	1	2	6	5	6	3	5	4	5		
	4	3	4	6	5	1	6	5	3	5		9	
	2	4	2	2	1	5	3	5	6	4			15
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...			
59	6	6	5	6	5	2	4	6	3	2	7		
	2	5	3	6	3	3	1	1	5	4		10	
	6	3	4	3	5	3	1	2	2	4			15
60	1	4	2	5	2	1	2	6	1	4	6		
	6	4	4	2	6	5	1	3	2	6		13	
	2	6	6	1	2	3	1	4	1	4			19

A partir de esta matriz se confeccionan cuatro tablas de distribución de frecuencias relativas de la “proporción de resultados pares” obtenidos por 10, 20, 50 y 60 alumnos en 10 lanzamientos del dado y se representan gráficamente las distribuciones obtenidas.

1ª) Distribución de frecuencias de la proporción de números pares en 10 registros de 10 tiradas de un dado.

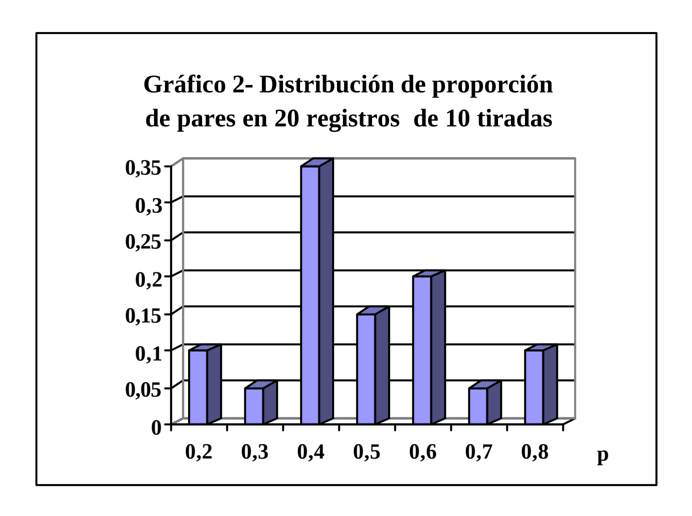
Tabla 1- Proporción de números pares en 10 registros de 10 lanzamientos

P	fi	fr
0,2	1	0,1
0,3	0	0
0,4	5	0,5
0,5	1	0,1
0,6	2	0,2
0,7	0	0
0,8	1	0,1
Registros	**10**	**1**



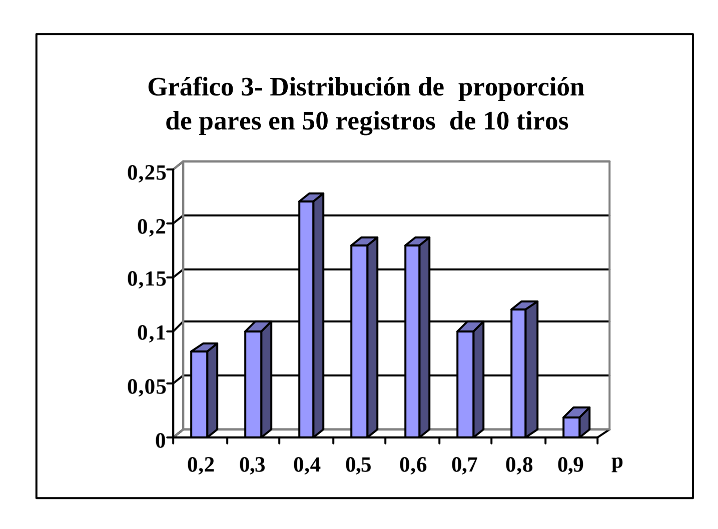
1b) Distribución de frecuencias de la proporción de números pares en 20 registros de 10 tiradas de un dado

Tabla 2- Proporción de números pares en 20 registros de 10 lanzamientos		
p	**fi**	**fr**
0,2	2	0,1
0,3	1	0,05
0,4	7	0,35
0,5	3	0,15
0,6	4	0,2
0,7	1	0,05
0,8	2	0,1
Registros	**20**	**1**



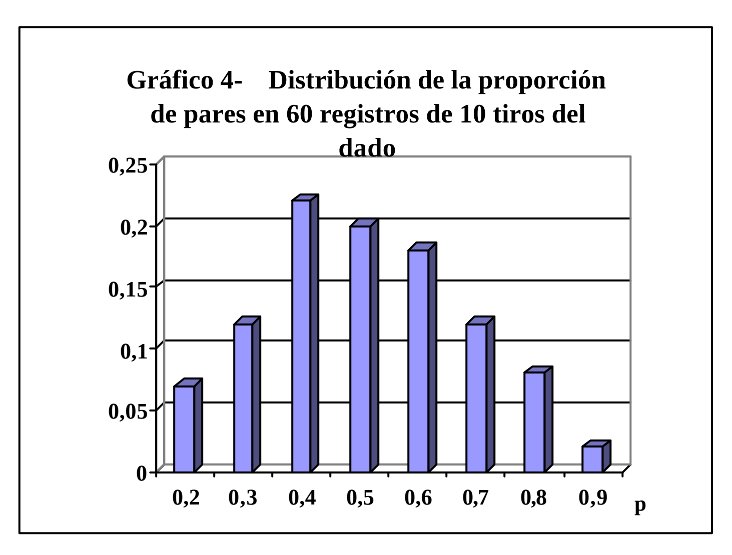
1c)- Distribución de frecuencias de la proporción de números pares en 50 registros de 10 tiradas de un dado

Tabla 3- Proporción de números pares en 50 registros de 10 lanzamientos		
p	**fi**	**fr**
0,2	4	0,08
0,3	5	0,1
0,4	11	0,22
0,5	9	0,18
0,6	9	0,18
0,7	5	0,1
0,8	6	0,12
0,9	1	0,02
Registros	**50**	**1,00**



1d)- Distribución de frecuencias de la proporción de números pares en 60 registros de 10 tiradas de un dado

Tabla 4- Proporción de números pares en 60 registros de 10 lanzamientos		
p	fi	**fr**
0,2	4	0,07
0,3	7	0,12
0,4	13	0,22
0,5	12	0,20
0,6	11	0,18
0,7	7	0,12
0,8	5	0,08
0,9	1	0,02
Registros	**60**	**1,00**



Algunas conclusiones

De los gráficos 2, 3 y 4 se observa que la distribución de las frecuencias relativas de la proporción de resultados pares en el lanzamiento de un dado converge lentamente hacia la Curva de Gauss y que a veces no es muy exacta pero hay que destacar la diferencia entre el modelo de un fenómeno real y el teórico correspondiente.

La experiencia empírica estaría indicando que el **modelo Binomial** de parámetro p = 1- p = 0,50 se adapta mejor al fenómeno en estudio cuando la cantidad de repeticiones crece. Como se visualiza en las representaciones del mismo, ésta se hace cada vez más simétrica alrededor de 0,50.

Segundo paso-

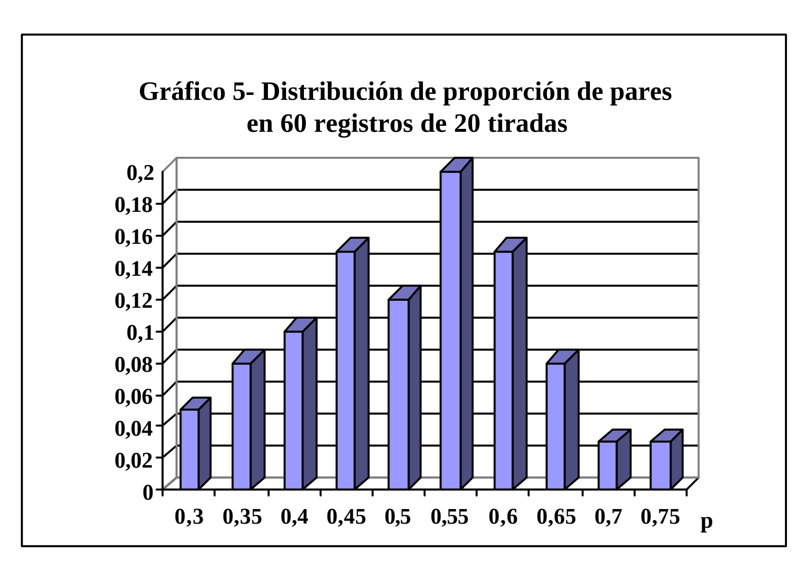
Se solicita a los alumnos que analicen lo que sucede si se consideran 20 o 30 lanzamientos del dado en lugar de 10.

El objetivo del "experimento" es "ver" qué pasa con la "forma" que toma la distribución de "proporción de resultados pares" cuando aumenta el número de tiradas del dado.

2[a])- Distribución de frecuencias de la proporción de números pares en 60 registros de 20 tiradas de un dado

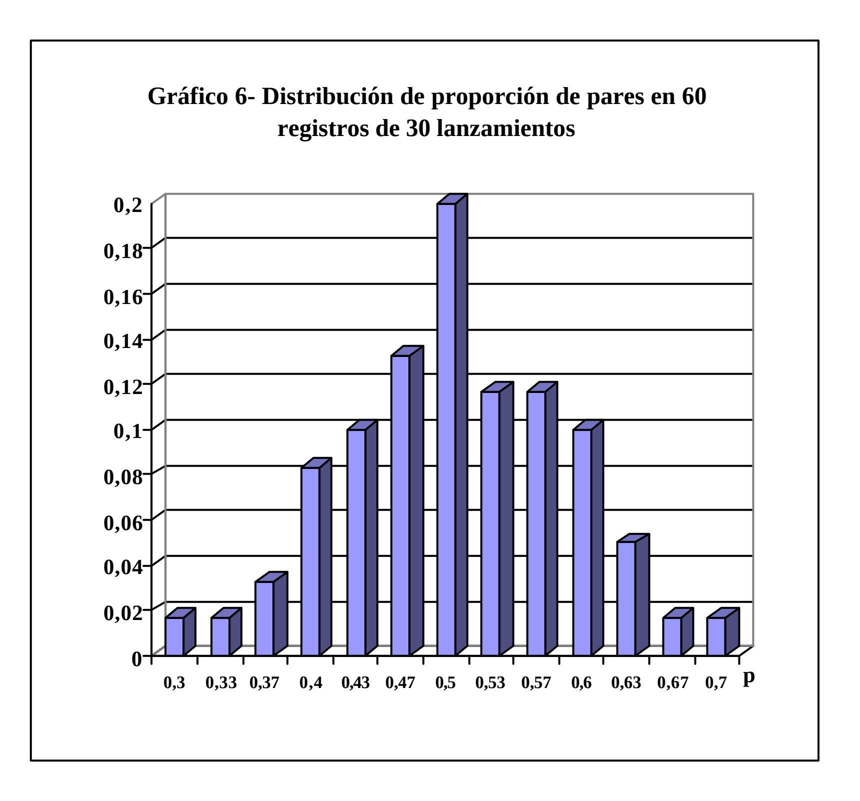
Tabla 5- Proporción de números pares en 60 registros de 20 lanzamientos

P	fi	fr
0,3	3	**0,05**
0,35	5	**0,08**
0,40	6	**0,10**
0,45	9	**0,15**
0,50	7	**0,12**
0,55	12	**0,20**
0,60	9	**0,15**
0,65	5	**0,08**
0,70	2	**0,03**
0,75	2	**0,03**
Registros	**60**	**1,00**



2[b])- Distribución de frecuencias relativas de la proporción de números pares en 60 registros de 30 tiradas de un dado

Tabla 6- Proporción de números pares en 60 registros de 30 lanzamientos		
P	**fi**	**fr**
0,3	1	**0,017**
0,33	1	**0,017**
0,37	2	**0,033**
0,40	5	**0,083**
0,43	6	**0,100**
0,47	8	**0,133**
0,50	12	**0,200**
0,53	7	**0,117**
0,57	7	**0,117**
0,60	6	**0,100**
0,63	3	**0,050**
0,67	1	**0,017**
0,70	1	**0,017**
Registros	**60**	**1,000**



Comparación de las distribuciones de la proporción de resultados pares en 60 registros de 10, 20 y 30 lanzamientos de un dado.

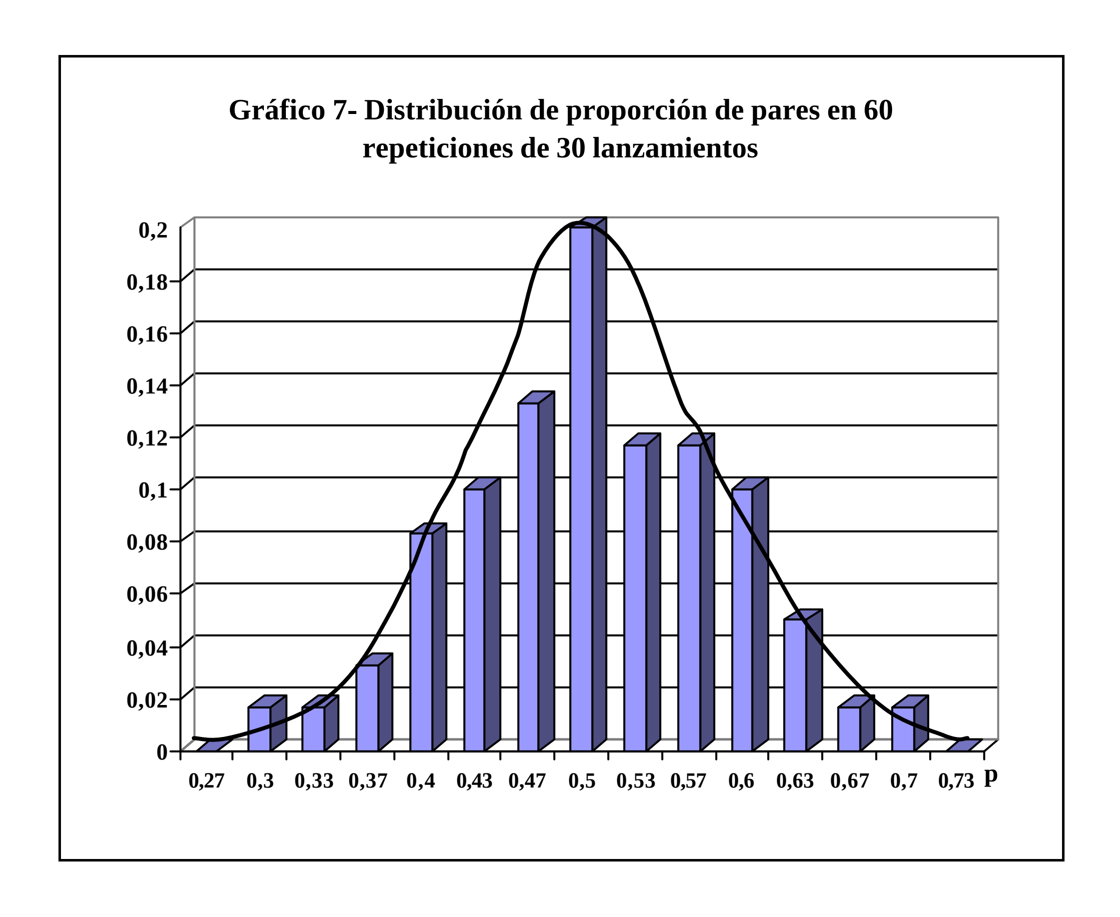
De la observación de los gráficos 4, 5 y 6 se puede concluir que a medida que crece el número de lanzamientos de un dado y el número de repeticiones es grande la forma de la distribución de la proporción de resultados pares se vuelve cada vez más simétrica acercándose a la "campana de Gauss".

Se formaliza el tema planteado primero en forma coloquial y luego más rigurosamente de la siguiente manera:

La distribución Binomial tiende a la Normal cuando la probabilidad de éxito tiende a 0,5 y el número de repeticiones es muy grande.

$$\boldsymbol{B}_i(n, p) \rightarrow N\,(np, np(1 - p))$$
$$n \rightarrow \infty$$
$$p \rightarrow 0{,}5$$

Seguidamente se traza un paralelo entre la distribución obtenida del experimento real (aproximadamente binomial con p = 0,50) y la normal para lo cual se superpone al último gráfico -representación 6- una curva suave que "envuelve" los resultados con la forma de campana. De esta forma se arribaría al modelo teórico a través de la curva.



Observación importante:

Es el momento de señalar que el experimento de tirar el dado es un proceso físico en el cual intervienen factores que "perturban" el fenómeno, se espera que el alumno verifique que los valores obtenidos no coinciden totalmente con los teóricos y se enfrente así a una situación no prevista. Situación que lo puede ayudar a trascender el enfoque determinístico de su formación anterior para poder relacionar ambos resultados.

2- Distribución Normal como "ley del error" de medidas físicas.

Paralelamente al enfoque anterior se abordará la distribución normal como ley de los errores de medición a partir de un conjunto de datos reales.

Se analiza la variable *"error"* que surge de la diferencia entre los valores medidos y el valor nominal. A tal efecto se considera el siguiente listado de las mediciones de los diámetros de 100 arandelas de la producción de un día determinado, fabricado por una máquina cuyas especificaciones de fabricación son diámetro medio 1,50 cm y varianza $5{,}7 . 10^{-4}$ cm^2.

Tabla 7-			Listado de los diámetros de 100 arandelas						
1,48	1,46	1,485	1,527	1,515	1,485	1,527	1,51	1,49	1,529
1,44	1,5	1,477	1,48	1,529	1,467	1,515	1,517	1,505	1,54
1,47	1,51	1,51	1,465	1,5	1,532	1,497	1,525	1,515	1,48
1,45	1,48	1,495	1,527	1,489	1,525	1,528	1,472	1,5	1,517
1,55	1,52	1,485	1,535	1,53	1,47	1,5	1,5	1,475	1,54
1,5	1,47	1,515	1,492	1,48	1,476	1,472	1,475	1,45	1,49
1,51	1,49	1,56	1,497	1,462	1,527	1,459	1,512	1,505	1,537
1,44	1,49	1,522	1,497	1,487	1,495	1,475	1,505	1,482	1,505
1,5	1,54	1,517	1,515	1,538	1,487	1,522	1,487	1,507	1,489
1,52	1,49	1,519	1,487	1,495	1,475	1,477	1,525	1,492	1,477

Se destaca que por ser la variable *"error"* la diferencia entre valores observados y una constante se tiene que:

Y : "diámetro de las arandelas" y

X : "error" con X = Y – 1,50

Se verifica

E(X) = E(Y) – 1,50 = 0 cm

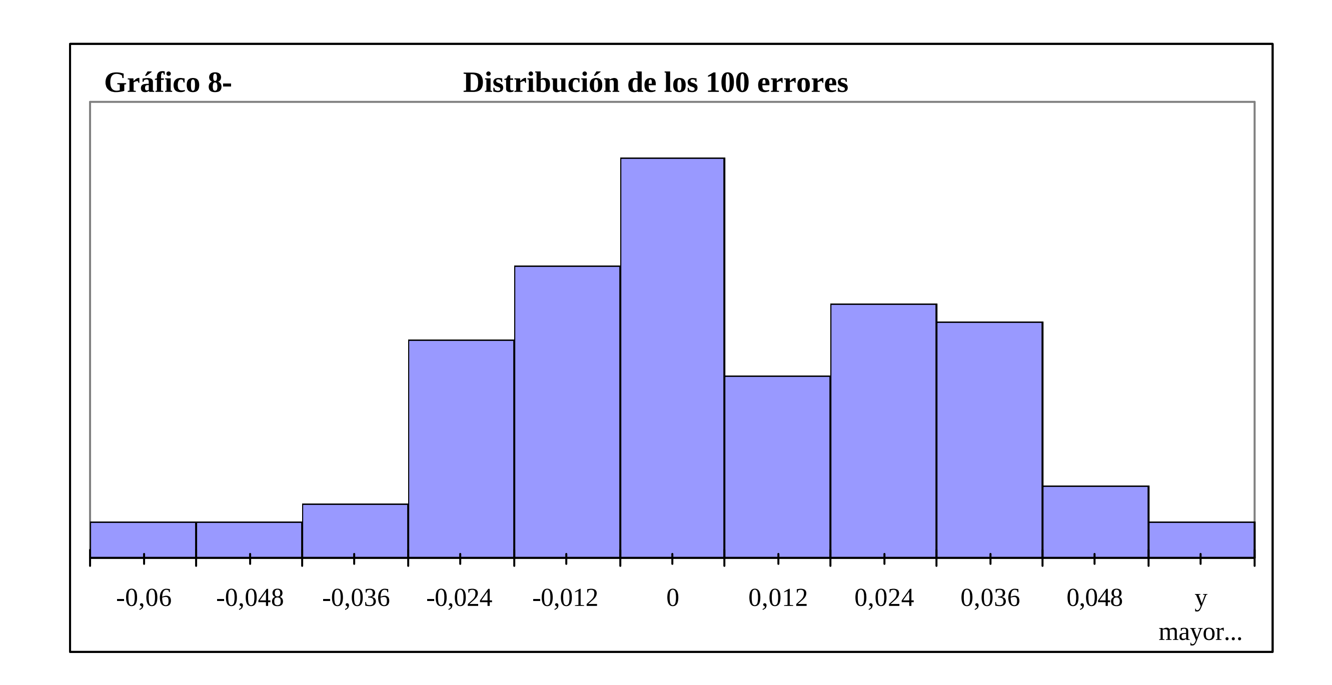
V(X) = V(Y) = $5{,}7.10^{-4}$ cm^2

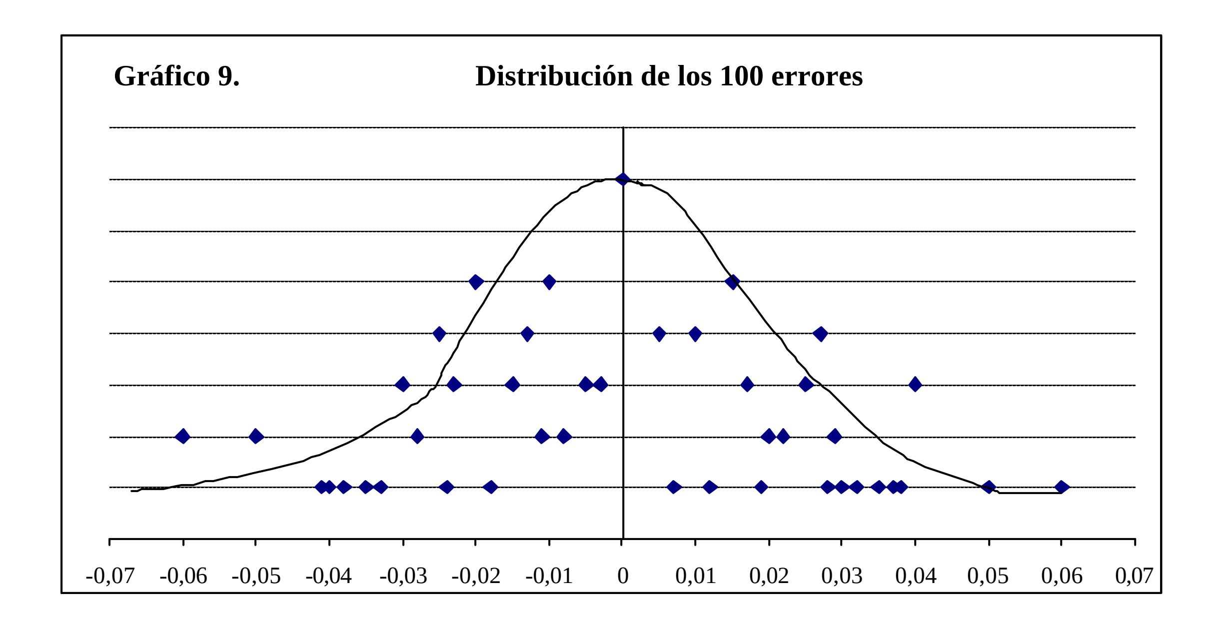
DS(X) = $\sqrt{5{,}7.10^{-4}}\,cm \cong$ 0,02387 cm

A partir de los datos anteriores se pide calcular los valores de la variable error, volcarlos en un cuadro y realizar su representación gráfica de dos maneras distintas.

Tabla 8-			Listado de los errores de los diámetros de 100 arandelas						
-0,02	-0,04	-0,015	0,027	0,015	-0,015	0,027	0,01	-0,01	0,029
-0,06	0	-0,023	-0,02	0,029	-0,033	0,015	0,017	0,005	0,04
-0,03	0,01	0,01	-0,035	0	0,032	-0,003	0,025	0,015	-0,02
-0,05	-0,02	-0,005	0,027	-0,011	0,025	0,028	-0,028	0	0,017
0,05	0,02	-0,015	0,035	0,03	-0,03	0	0	-0,025	0,04
0	-0,03	0,015	-0,008	-0,02	-0,024	-0,028	-0,025	-0,05	-0,01
0,01	-0,01	0,06	-0,003	-0,038	0,027	-0,041	0,012	0,005	0,037
-0,06	-0,01	0,022	-0,003	-0,013	-0,005	-0,025	0,005	-0,018	0,005
0	0,04	0,017	0,015	0,038	-0,013	0,022	-0,013	0,007	-0,011
0,02	-0,01	0,019	-0,013	-0,005	-0,025	-0,023	0,025	-0,008	-0,023

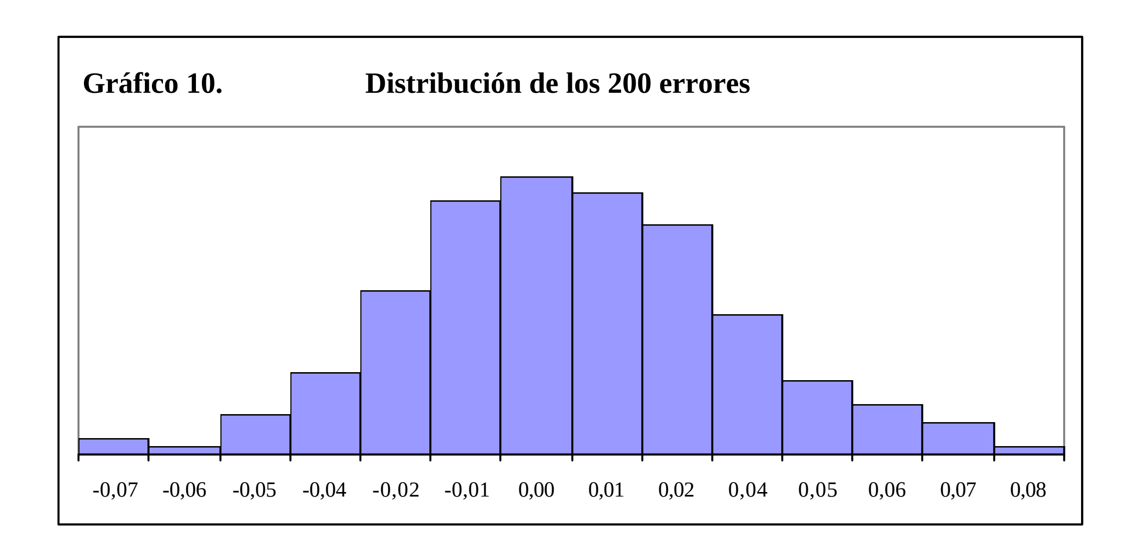
La distribución que siguen los errores de los diámetros se visualiza, en el gráfico 8 en forma agrupada en intervalos de 0,012 cm de amplitud partiendo de –0,066 cm y en el gráfico 9 con los datos listados sin agrupar.

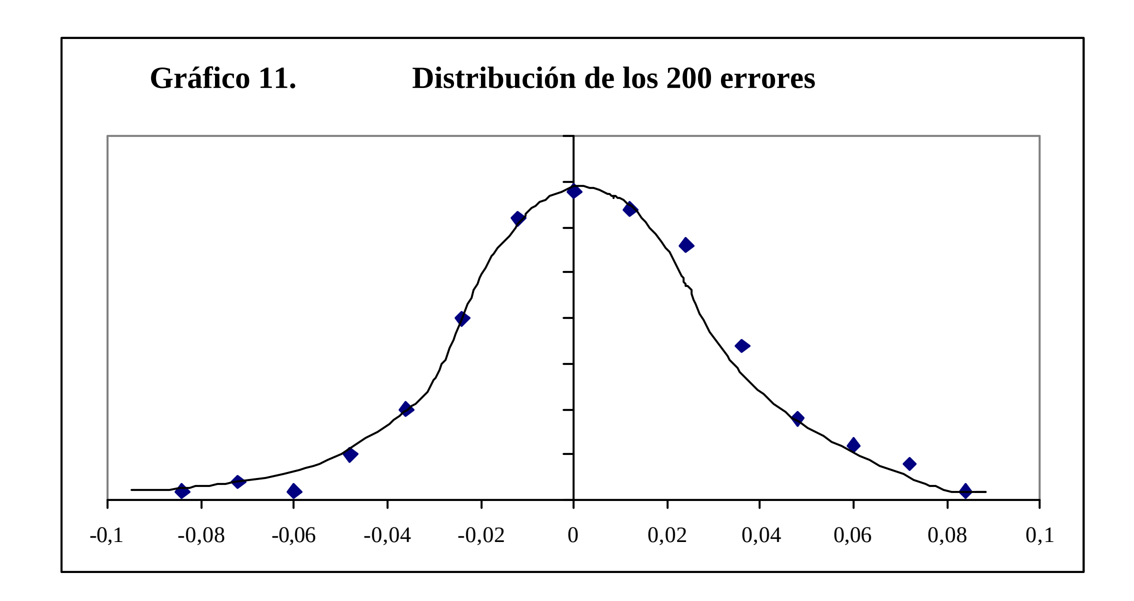




De igual forma a lo realizado con los errores de las medidas de los 100 diámetros de las arandelas se pueden simular 200 valores o más. Utilizando más valores se observa gráficamente que las distribuciones tienden a acercarse cada vez más a la distribución Normal.

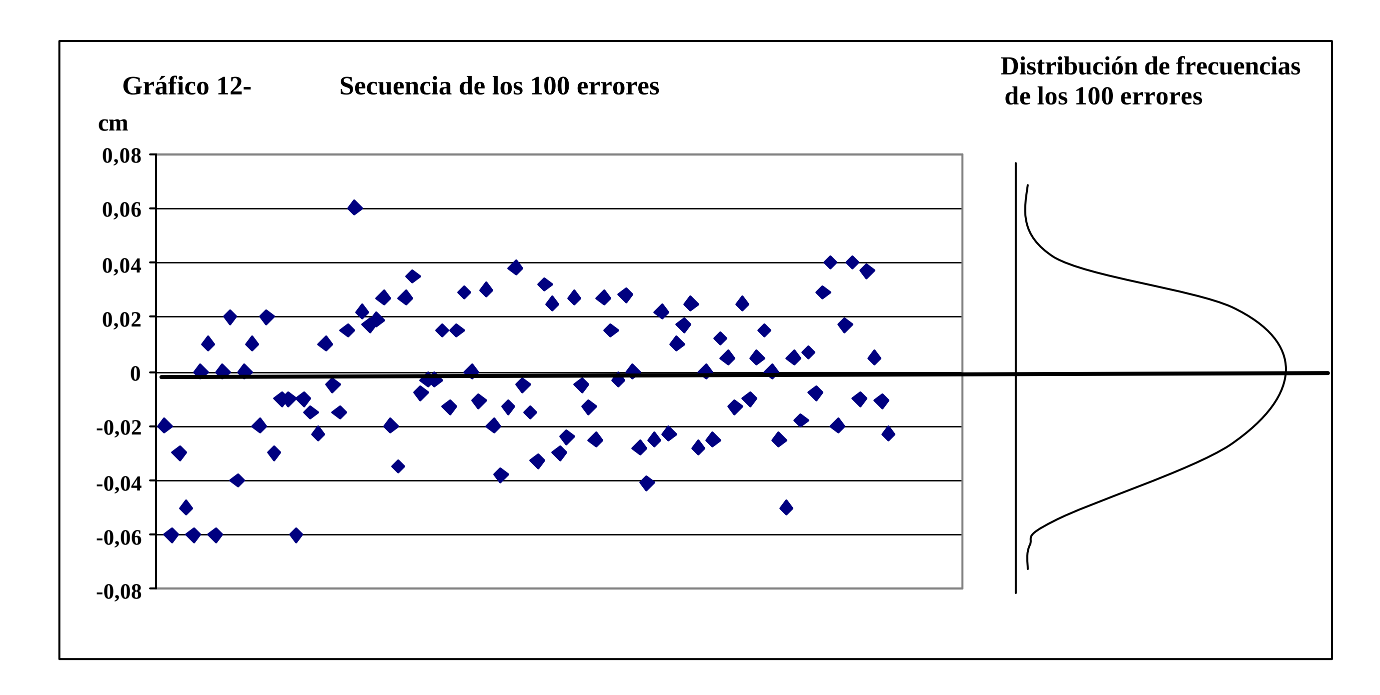
En los gráficos 10 y 11 se presentan la forma que adquiere la distribución de los errores de los diámetros de 200 arandelas.

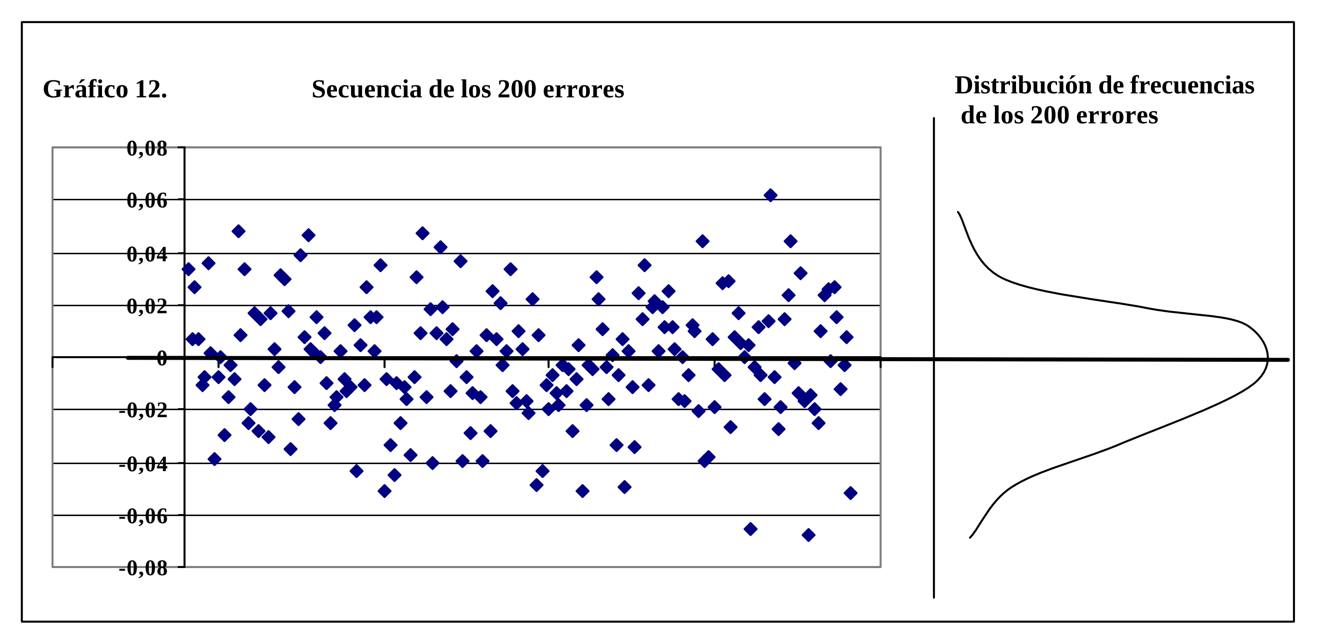




Luego se puede mencionar que existe otro tipo de gráfico utilizado en control de calidad que consiste en representar la secuencia de los errores tal como fueron apareciendo a partir del registro de los valores de los diámetros de las arandelas.

En las figuras 12 y 13 se muestra la comparación de la representación de la secuencia de errores con la distribución de los mismos teniendo en cuenta su frecuencia relativa que, como se viera en los gráficos 9 y 11, tiende a la curva de Gauss.





Finalmente, a partir de la distribución de errores de los diámetros de las arandelas se arriba empíricamente a la "ley normal".

Se puede afirmar que en este caso la distribución normal es un buen modelo para el error de los diámetros de las arandelas.

8- Evaluación

La evaluación se llevará a cabo en forma de proceso[108] permanente y continuo.

A través del trabajo del alumno en las experiencias didácticas del aula, se realizarán registros de su participación y de su nivel de seguimiento en la "construcción" de los conceptos.

Mediante la elaboración de actividades prácticas breves se llevará el control del nivel de apropiación de los conocimientos.

Además para cada uno de los temas trabajados se diseñarán situaciones problemáticas integradoras respetando el modelo aplicado, que incluyan el uso de datos reales, su procesamiento y análisis exhaustivo.

Se considerará prioritario en la revisión de las distintas actividades realizadas por los alumnos la adquisición y aplicación del método de trabajo estadístico, es decir, como lo expresara Gal[109], la interpretación y evaluación crítica de la información estadística, el reconocimiento de argumentos apoyados en datos provenientes de diversos contextos y también, la elaboración de opiniones o conclusiones respecto a tales informaciones estadísticas.

---

[108] Según lo expresado en Pag. 22 de esta investigación, tomado de Karmiloff, Smith e Inhelder.

[109] Gal, I. (2002). Adut´s statistical literacy. Meanings, componentes, responsibilities. International Statistical Review, 70 (1), pp: 2-3

CONCLUSIONES

A partir de esta investigación puede apreciarse cómo la historia se redimensiona como una interesante y rica fuente de herramientas didácticas para inspirar modelos de trabajo al momento de tratar en el aula conceptos, teorías y técnicas en general.

Dado que la Estadística tiene un carácter empírico, especialmente en sus comienzos, el análisis de cómo los conceptos estadísticos han surgido y evolucionado en ámbitos mucho más complejos que el académico, la ubica en su real dimensión como un verdadero subsistema cultural.

El trabajo de los mentores de las teorías en su fase inicial puede capitalizarse para adaptarlo y aplicarlo con los alumnos como una experiencia didáctica diseñando actividades similares a las efectuadas por ellos que permitan la integración de la estadística con las demás disciplinas y su contextualización histórico-social.

Es inicialmente en la formación profesional docente donde la investigación histórica debe revalorizarse ya que es un área sustancial a la hora de justificar y validar conceptos pues posibilita el enriquecimiento de la propia red conceptual a través del descubrimiento de potenciales interrelaciones. No es menor el logro indiscutido que tiene el estudio –o más aún el análisis critico y conciente- de la historia en la formación profesional, ya que es un mérito propio el dar un encuadre epistemológico a cada concepto tratado que permite obtener un conocimiento mucho más completo, significativo y acabado de él.

En consecuencia se hace necesaria una mejor formación previa y permanente de los docentes en esta disciplina con el objetivo de dotarlos de mejores criterios para modelar propuestas de trabajo a través de la selección de estrategias adecuadas.

Esta investigación propone una nueva mirada sobre un área que en general se incluyó en los currículos como algo necesario u obligatorio pero sin tomar el caudal de posibilidades de trabajo que proporciona en toda su extensión.

Anexo 1

Fundamentos de las estadísticas de vida

Por JOHN GRAUNT

AL MUY HONORABLE JOHN LORD ROBERTS,
BARÓN DE TRURO, LORD DEL SELLO PRIVADO
Y MIEMBRO DEL MUY HONORABLE CONSEJO PRIVADO DE SU MAJESTAD

Monseñor

Los favores que he recibido de su Señoría me obligan a presentaros alguna muestra de mi gratitud: el especial Respeto que siento hacia su Señoría me ha hecho solícito en la elección del *Presente*. Pues, si hubiera dado a su Señoría alguna Excerpta escogida de las Letras Griegas o Latinas, no hubiera sino (como dice nuestro Refrán Inglés) llevado Carbones a Newcastle, y dado Agua de Charca a su Señoría, que, por su propio y eminente saber de estos doctos idiomas, puede beber directamente de las Fuentes.

Sin embargo, regalar a su Señoría tediosas Narraciones, no era más que decir mi propia Ignorancia del Valor, que su Majestad, y el Común atribuyen al Tiempo de su Señoría, que el Mundo sabe ser universal, y que desconoce muy pocas de las cosas útiles contenidas en cualquiera de ellos.

Habiendo ahora (no sé por qué accidente) ocupado mis pensamientos en las *Tablas de Mortalidad*, y tenido tanto éxito en ello, que he reducido varios grandes Libros confusos a unas pocas y claras *Tablas*, y abreviado las *Observaciones* que fluyen naturalmente de su lectura, en unos sucintos *Párrafos*, sin largas series de múltiples *Deducciones* de ningún tipo, me he atrevido a dedicar estos mis pequeños, pero primeros en ser publicados, *Trabajos* a su señoría, a cuya benigna aceptación de algunos otros de mis *Artículos*, deben éstos la Vida; esperando (si puedo decirlo sin vanidad) que puedan ser útiles a Personas de la categoría de su Señoría, como han sido de poca o nula utilidad para mí, igual que lo son los bellísimos *Diamantes* al Empleado Joyero que los talla, o al pobre *Peón* que primero los sacó de la Tierra. Por tanto, con toda mi humilde sumisión a su *Señoría*, creo que no será mal recibido por un Par del Parlamento o Miembro del Consejo de su Majestad, el examinar que pocos mendigos mueren de hambre de los muchos que hay: Que las irreligiosas proposiciones de algunos, de multiplicar el Pueblo mediante la Poligamia son además de irracionales, y sin fruto: Que las penosas cuarentenas durante las Epidemias de Peste no constituyen un remedio que resulte caro: Que las mayores Pestes de la Ciudad son igual, y rápidamente subsanadas desde el Campo: Que las pérdidas en Hombres en Guerras, y en Colonias no perjudica la proporción debida entre ellos y las Mujeres: Que la Opinión de que las Pestes acompañan la Coronación de los *Reyes* es falsa, y sediciosa: Que Londres, la *Metrópoli de Inglaterra*, es quizás una Cabeza demasiado grande para el Cuerpo, y posiblemente demasiado pujante: Que esta Cabeza crece tres veces más rápido que el Cuerpo al que pertenece, o sea, que dobla su población en la tercera parte del tiempo: Que nuestras Parroquias están creciendo loca y desproporcionadamente: Que nuestros Templos no corresponden a nuestra Religión: Que el Comercio, y sobre todo la *City de Londres*, se desplaza a *Westward*: Que la Ciudad amurallada es sólo un quinto de todo el Pyle: Que las viejas Calles son inadecuadas para la frecuencia actual de los Carruajes: Que el paso de Ludgate es una garganta demasiado estrecha para el Cuerpo: Que los combatientes alrededor de Londres son suficientes para constituir tres grandes Ejércitos que puedan ser útiles en esta Isla: Que el número de Cabezas es tal, que seguramente ha perjudicado mucho alguno de nuestros Senadores en sus nombramientos de Pole-Money, etc. Ahora, aunque los excelentísimos Discursos de su Señoría me han informado bien que su Señoría no es ajena a todas estas Situaciones; pero porque sabía que su Señoría no las había deducido nunca de las Tablas de Mortalidad; yo esperé que no fuera desagradable a su Señoría el ver el provecho que un Talento puede ganar, además de las muchas curiosidades referentes al crecimiento y mengua de las Defunciones, las relaciones entre las Estaciones Saludables y Fructíferas, la diferencia entre el Aire de la Ciudad y el del Campo, etc. Todo lo cual, al ser nuevo, al menos a mi conocimiento, y todo el Panfleto, que no se tarda dos horas en leer, me atreví a molestar a su Señoría con su lectura, y por esta humilde Dedicatoria suya, dejo que su Señoría y el mundo vean la Sabiduría de nuestra Ciudad, al hacer y guardar estos registros, y con cuanto afecto y éxito, soy

Monseñor,
El más fiel y obediente
Servidor de su Señoría,

Birchin-Lane, John Graunt
25 de enero de 1661/2

Anexo 2

Los iniciadores del Cálculo de probabilidades son los matemáticos italianos y franceses del siglo XVII, particularmente Pierre Fermat y Blaise Pascal, quienes trataron de resolver problemas de juegos de azar propuestos por el caballero de Méré.

De esos problemas:

- Uno es el *"problema de los dados"*, que es el más antiguo y consta de lo siguiente: el Caballero de Meré había observado que en el juego de tirar un dado 4 veces consecutivas, era mayor la probabilidad de que apareciese un 6 que la del caso contrario, mientras que en el juego de tirar 24 veces dos dados, la probabilidad de que apareciese el doble 6 era menor que la del caso contrario. Ante esta circunstancia, que consideraba paradójica, pues creía que ambas probabilidades debían ser iguales, hizo la consulta. En una carta de 1654, Fermat resuelve la cuestión y demuestra que no hay tal paradoja, pues el cálculo correcto muestra que la primera probabilidad es $0{,}516 > 0{,}5$; mientras que la segunda es $0{,}419 < 0{,}5$.
- El segundo problema, *"el problema de las partidas"*, consiste en averiguar cómo debe dividirse la apuesta entre dos jugadores de igual habilidad, si se suspende la partida antes de finalizar y conociendo el número de puntos que cada jugador había conquistado en el momento de suspenderse el juego.[110]

Una familia muy especial:

Los Bernoulli, una familia burguesa de comerciantes y farmacéuticos, está repleta de fascinantes historias de aventuras migratorias, de desafíos intelectuales y sobre todo de mucha matemática. La época en que se desarrollan los acontecimientos narrados está impregnada de un pensamiento humanista y renovador. El ritmo de desarrollo de la ciencia en esta época se acelera. La solución de problemas científico-técnicos se convierte en asunto de importancia estatal. El dominio de los recursos del nuevo cálculo creaba una sensación de posibilidad de resolución de semejantes problemas y, para ello, en la sociedad europea nació una élite de hombres de ciencia de la que los Bernoulli formaban parte.

Kolmogórov

El carácter de Kolmogórov se forjó en una época de revoluciones sociales y guerras mundiales. Vivió el stalinismo, la posterior rectificación de errores y el inmovilismo que luego daría paso a la perestroika.

Aunque siempre se consideró a sí mismo un matemático puro, una parte esencial de su obra fueron sus investigaciones aplicadas a otras ciencias. Sus esfuerzos estaban regidos por una idea clara: discernir las diferencias y similitudes entre orden y caos. Mucho más que cualquier otro matemático, amplió los dominios y la comprensión humana del azar. Reinó en una escuela poderosa de profesionales con una cultura matemática vasta y profunda. Con razón puede afirmarse que Kolmogórov es el zar del azar.

[110] Rey Pastor y Babini- Historia de la Matemática- p. 210.

Anexo 3

COMENTARIO

La Ley de los grandes números

[…] El teorema es más bien sencillo de exponer. De hecho, cuando se ve por primera vez, uno se pregunta cómo Bernoulli pudo preocuparse durante veinte años y cómo ha promovido tantas controversias posteriormente. El hecho es, que es un conjunto de sutilezas y artificios; cuanto más lo piensa uno, más difícil lo ve. Naturalmente, Bernoulli tuvo un trabajo loco montando el engranaje, estaba muy lejos de prever los embrollos lógicos y filosóficos que planteaba.
Así que, aquí, tienen una simple exposición del teorema de Bernoulli: si la probabilidad de que ocurra un hecho en una prueba única es p, *y si se hacen varias pruebas, independientemente y en las mismas condiciones, la* proporción *más probable de que ocurran los hechos en el número total de pruebas es también* p*; aún más, la probabilidad que la proporción en cuestión difiera de* p *en menos que una cantidad dada, por pequeña que sea, aumenta al mismo tiempo que aumenta el número de pruebas[...] Unos cuantos puntos han de ser brevemente expuestos para dar al lector una idea de la importancia del resultado de Bernoulli y los problemas que lo rodean.*

1. *Lo primero que se ha de observar es que el teorema se refiere a* proporciones o frecuencias *y no al número absoluto de veces que un suceso ocurre. Al aumentar el número de pruebas y la relación de aciertos respecto al total de pruebas se aproxima progresivamente y difiere de* p *(probabilidad del hecho único) en menos de una cantidad dada,* por pequeña que sea; *e inversamente, al aumentar el número de pruebas, se hace progresivamente improbable (es decir que la probabilidad se aproxima a cero) que el número de aciertos difiera de* p *en menos de una cantidad dada,* por grande que sea[111]*. Este punto es fácilmente demostrable. Lanzando una moneda, uno puede suponer que la posibilidad de sacar cara es ½ . Sobre esta suposición, el número más probable de caras que saldrán de una serie de pruebas es la mitad del número total de tiradas. No ha de sorprender, sin embargo, que esta relación sufra una desviación: 6 caras sobre 10 lanzamientos, 48 sobre 100 y así sucesivamente. La cuestión es, ¿qué probabilidad hay en* n *tiradas sucesivas para que la proporción de caras difiera de ½ en, por ejemplo, menos de* $1/10$ *? Según el teorema de Bernoulli, la probabilidad se acerca a 1, al mismo tiempo que el número* n *(de tiradas sucesivas) crece. En otras palabras, la probabilidad de una* desviación relativa *en menos de* $1/10$ *"se hunde rápidamente". Seis caras sobre diez exceden nuestro límite, pero es mucho menos probable que la frecuencia relativa de caras difiera de ½ en más de* $1/10$ *sobre 100 tiradas y aún más improbable sobre 1.000 tiradas. Al mismo tiempo, aparece más probable, al aumentar* n*, que la desviación absoluta del número de caras, de la mitad del número total de tiradas excederá cualquier número dado. Por ejemplo, es mucho más posible que haya una desviación de 1 sobre 100 tiradas (es decir 51 o 49 caras en vez de 50) que 1 en 10 tiradas (es decir 6 o 4 caras en vez de 5); de 10 sobre 1.000 tiradas, que 10 sobre 100, y así sucesivamente. Esta es la esencia del teorema*[112].
2. El teorema de Bernoulli está sujeto a grandes errores, algunos debido al pintoresco nombre acuñado por Poisson. Se supone a menudo, por ejemplo, que el teorema es "una ley misteriosa de la naturaleza que garantiza que en un número suficientemente grande de pruebas, la probabilidad se identificará con la frecuencia"[113]. Esta opinión extraña deriva aparentemente de la convicción de que en su largo recorrido, la naturaleza llega a imitar al hombre. El teorema es una parte

---

[111] Fry , p. 100. Citado por Newman, James R.. Op. Cit., p. 135.
[112] Kneale, p. 139. Citado por Newman, James R.. Op. Cit., p. 135 y 136.
[113] Kneale, p. 139. Citado por Newman, James R. Op. Cit., p. 136.

del cálculo matemático de probabilidades. Las proposiciones de estos cálculos no son reglas de hecho o experiencia. Son proposiciones aritméticas formales, válidas en su propio campo, no pudiendo dar validez a “hechos” ni ser invalidados por ellos[114]. Tampoco puede uno contar con que el teorema pueda probarse por experiencia, como pueden serlo la tabla de multiplicar o el teorema del binomio.
Otra falaciosa inferencia a partir del teorema es la llamada “ley de los promedios”. Esto es un artículo de fe de muy amplia y fervorosa adhesión. Es la base de la creencia, que cuando un jugador ha tenido mala suerte en las cartas, su suerte ha de cambiar, que después que el encarnado ha salido 5 veces seguidas en la mesa de la ruleta, es prudente jugar a negro; que si una moneda de cara 3 o 4 veces seguidas, las suertes son que cruz saldrá más a menudo en las 3 o 4 tiradas siguientes, para “igualar”[…] El teorema de Bernoulli es en sí el único fundamento que permite contar con una proporción precisa de caras en el juego del lanzamiento de la moneda, y una condición esencial del teorema es que las pruebas sean independientes, es decir, que una prueba no influya en la otra[...] “En un auténtico juego de azar, no puede haber ningún sistema que aumente las posibilidades de ganar. Eso es parte de lo que queremos decir cuando lo llamamos un juego de azar”[115].

3. Mientras el teorema de Bernoulli (y algunas generalizaciones por Poisson, Tchebycheff, Markoff y otros) ha demostrado excepcional importancia en asuntos prácticos –seguros, por ejemplo, - y en investigaciones científicas – por ejemplo la teoría cinética de gases-, sus limitaciones y lados débiles han sido repetidamente tomados en consideración. Los de más frecuencias son: que el teorema se aplica solamente en casos especiales (por ejemplo, cuando los sucesos son verdaderamente independientes) y bajo condiciones que son la excepción en vez de la regla; “que el conocimiento de lo que ha ocurrido en algunas de las experiencias no afecta la probabilidad de lo que pueda ocurrir en cualquiera de los otros”; […] Se hace observar que ninguna de estas limitaciones afecta la validez *matemática* del teorema, ni desprecian su contribución al desarrollo de la teoría de estadística ni su continuo carácter de indispensable instrumento de investigación. Una profunda comprensión del teorema es esencial para apreciar las matemáticas de probabilidades y estadísticas, que a su vez realiza una parte de responsabilidad creciente en casi todos los ramos de la ciencia moderna, industria, comercio, gobierno y otras actividades[116].

---

[114] Nangel, p.27. “El cálculo de probabilidades tiene la misma función general que una geometría demostrativa o que una aritmética demostrativa: -dadas ciertas probabilidades iniciales, el cálculo de probabilidades hace posible calcular las probabilidades de ciertas propiedades, que tienen relación con las iniciales, de varias maneras-. Así como la aritmética no puede decirnos cuánta gente vive en China o en el Japón, pero, si nos dan la población de China y del Japón, podemos calcular las poblaciones conjuntas de estos países, así funcionan los cálculos de probabilidades.” Citado por Newman, James R. Op. Cit., p. 136.

[115] El ejemplo es de Kneale, p.140. Citado por Newman, James R. Op. Cit., p. 136.

[116] Newman, James R. Op. Cit., p. 136 y 137.

Anexo 4

La evolución de la Estadística en el período de las revoluciones:

El progreso de la ciencia no es un simple avance lineal, pues cada etapa marca la solución de problemas sociales que responden a necesidades e intereses propios del contexto en que surgen. Las soluciones encontradas a estos enigmas pueden despertar el planteo de nuevos problemas o nuevas formas de enfocar los paradigmas antiguos. Muchas veces en las ciencias surgen nuevos procedimientos para captar y resolver los problemas, también pueden aparecer nuevos campos de investigación y nuevos instrumentos teóricos y prácticos para realizar esa investigación.

Desde esta perspectiva puede decirse que la evolución de la Estadística entre el período 1789 y 1848 puede ser analizada también desde el punto de vista de los movimientos de la sociedad que las rodeaba, pues luego de la Revolución Francesa y Revolución industrial y, con el auge del Positivismo de la mano del capitalismo, surge la necesidad por parte de los gobiernos y de las industrias de avanzar hacia nuevos conocimientos que brinden soluciones a la economía, a la política y al desarrollo social.

Con el desarrollo del capitalismo surgen las primeras aplicaciones en Estadística, pues los economistas universalizaban sus postulados basados en deducciones, por ejemplo en (Hobsbawm, 1997)[117]: "si la población de una ciudad se duplica y el número de viviendas no aumenta, en igualdad de condiciones, las rentas deben subir aunque unos lo deseen y otros no [...] Esta es la primera representación sistemática de una teoría demográfica destinada a establecer una relación mecánica, y virtualmente inevitable entre las proporciones matemáticas de los aumentos de población y de los medios de subsistencia". Comienzan a surgir los primeros estudios económicos con la utilización de la Estadística como instrumento elemental para la sistematización de los datos que pudieran corroborar sus hipótesis.

La aplicación de los métodos matemáticos a la sociedad, realizó otro gran avance a este período. El belga Adholphe Quetelet, en su libro *Sur I`homme* (1835*)*, demostró que la distribución estadística de las características humanas obedecía a leyes matemáticas conocidas, de lo cual deducía la posibilidad de asimilar las ciencias sociales a las físicas. Puede verse también en (Hobsbawm, 1997)[118], "La posibilidad de una generalización estadística sobre las poblaciones humanas y el establecimiento de firmes predicciones sobre esa generalización habían sido anticipados por los teóricos de la probabilidad (el punto de partida de Quetelet en Ciencias Sociales), y por los hombres prácticos que tenían que basarse en ella, por ejemplo en las compañías de seguros. Pero Quetelet y el floreciente grupo contemporáneo de estadísticos, antropométricos e investigadores sociales, aplicaron estos métodos a campos más vastos y crearon la mayor herramienta matemática para la investigación de los fenómenos sociales".

Entre los años 1839 a 1843 había un significativo interés por la etnografía social y la sociología, entre otras ciencias sociales, y así fue que en Inglaterra y Francia se crearon sociedades etnológicas especiales para el estudio de las razas humanas, cuyas investigaciones se realizaban por medios estadísticos y de sociedades estadísticas que efectuaban aportes puramente descriptivos. Según Hobsbawm (1998)[119], "La estadística social se desarrolló como nunca antes lo habría hecho, y quienes la utilizaban encontraron gran cantidad de empleos estatales. A partir de 1853 comenzaron a celebrarse periódicamente congresos internacionales de Estadística, y su categoría científica fue reconocida cuando el celebrado y admirable doctor William Farr (1807-1883) fue elegido para la Royal Society".

De esta forma, la aplicación de la Estadística a los fenómenos sociales estaba ya muy avanzada y se hizo extensiva también como instrumento metodológico de confiabilidad y validez hacia las ciencias físicas, químicas y demás campos científicos del conocimiento.

---

[117] Hobsbawm, Eric, *La era de la Revolución,* Bs.As. Crítica, 1997.
[118] Hobsbawm, Eric. *La era de la Revolución,* Bs.As. Crítica, 1997.
[119] Hobsbawm, Eric, *La era del Capital,* Bs.As. Crítica, 1998.

Anexo 5-

Resumen de los resultados obtenidos al arrojar un dado “n” veces.

En el cuadro – matriz N° 9- se encuentran asentados los valores obtenidos por 60 alumnos ideales en “n” lanzamientos de un dado. Con n = 10, 20 y 30

Tabla 9- X: cuenta la cantidad de veces que se obtuvo un n° par en “n” tiradas

Orden del alumno	Resultados obtenidos en 30 tiradas de un dado										Cant. de pares en “r” tiradas		
											1	2	3
1	2	3	2	5	1	6	4	5	1	3	4	8	11
	4	4	3	5	5	2	6	5	1	5			
	3	2	2	3	3	3	5	2	5	1			
2	5	6	1	2	6	5	6	3	5	4	5	9	15
	4	3	4	6	5	1	6	5	3	5			
	2	4	2	2	1	5	3	5	6	4			
3	6	4	3	3	4	3	4	2	4	5	6	11	17
	3	4	2	2	1	1	3	4	2	5			
	2	1	2	4	2	2	6	1	3	1			
4	6	4	4	2	4	6	2	6	3	1	8	13	16
	1	2	5	3	4	6	6	1	5	4			
	4	5	5	4	3	2	3	5	5	1			
5	5	3	4	5	5	1	6	3	4	4	4	8	12
	4	1	5	3	6	2	2	3	5	5			
	5	3	4	3	6	6	5	5	2	3			
6	1	5	3	4	4	5	3	2	3	6	4	6	10
	2	5	6	1	3	1	5	3	3	3			
	2	5	3	4	5	2	4	5	1	1			
7	3	6	5	2	2	4	5	6	6	1	6	11	15
	1	5	4	3	4	3	2	6	4	1			
	1	2	4	3	1	6	5	4	5	5			
8	6	5	1	3	1	4	5	6	4	3	4	7	14
	4	1	5	3	5	6	1	5	6	3			
	1	6	2	2	3	4	2	6	4	3			
9	2	3	2	5	6	3	3	5	6	5	4	7	12
	3	4	6	3	2	1	5	1	1	5			
	2	6	3	5	4	1	1	4	1	2			
10	2	3	1	4	5	3	3	5	5	3	2	10	18
	4	2	2	4	2	4	6	3	4	1			
	6	6	3	4	4	3	6	2	2	6			
11	1	1	3	6	5	6	2	3	5	3	3	7	13
	3	4	3	6	1	5	6	4	5	5			
	1	2	5	3	4	3	4	6	2	4			
12	1	5	2	6	5	6	1	6	4	4	6	13	21
	2	6	2	2	2	2	3	3	6	5			
	6	1	4	4	6	6	2	4	6	3			
13	2	6	3	3	2	5	3	5	2	3	4	8	12
	3	5	2	6	4	6	3	5	3	3			
	6	6	5	1	5	1	3	5	4	2			

14	2	1	6	2	6	6	4	6	1	2	**8**	**12**	**16**
	3	3	5	4	5	6	6	5	6	1			
	4	3	5	1	2	5	5	2	3	4			
15	1	4	5	6	3	1	3	1	1	5	**2**	**6**	**9**
	3	3	3	4	6	3	5	3	2	4			
	6	4	1	3	1	3	5	5	1	2			
16	3	3	6	2	2	5	1	5	4	4	**5**	**9**	**15**
	5	3	4	3	5	2	4	1	6	3			
	2	2	1	1	3	6	6	6	4	3			
17	3	6	5	1	2	5	6	3	5	6	**4**	**9**	**16**
	6	2	6	4	5	5	3	5	2	5			
	4	2	3	6	2	2	3	2	6	1			
18	4	3	2	6	3	3	6	1	4	5	**5**	**11**	**14**
	4	3	6	6	3	2	6	5	5	6			
	3	1	4	5	2	2	1	5	3	3			
19	3	6	2	5	3	3	6	4	4	4	**6**	**11**	**17**
	5	5	2	6	2	6	1	5	3	4			
	2	5	6	3	5	2	4	4	1	4			
20	4	4	2	6	3	6	6	5	5	2	**7**	**15**	**18**
	2	6	3	2	6	6	4	3	4	2			
	1	6	4	5	5	3	1	3	2	3			
21	1	5	3	3	1	5	6	3	1	4	**2**	**8**	**12**
	2	3	2	6	4	1	5	6	3	4			
	1	2	6	1	6	4	3	5	3	5			
22	5	4	6	1	5	3	1	6	3	5	**3**	**7**	**12**
	3	2	3	5	5	4	2	2	3	3			
	6	3	5	6	2	3	2	1	5	4			
23	2	6	3	4	6	5	4	2	2	2	**8**	**13**	**16**
	6	4	6	3	5	4	3	3	5	2			
	1	2	3	5	4	3	6	1	3	5			
24	3	3	2	2	4	1	5	1	5	3	**3**	**8**	**14**
	1	5	4	4	3	5	4	3	4	6			
	6	4	1	4	2	3	2	5	5	6			
25	5	6	5	4	3	1	4	6	4	6	**6**	**8**	**13**
	3	3	5	5	5	1	3	2	6	5			
	3	4	1	2	3	6	1	4	1	4			
26	6	3	5	6	4	4	3	6	5	6	**6**	**10**	**14**
	4	2	5	3	3	3	4	4	5	1			
	6	5	3	5	1	2	2	1	3	4			
27	1	3	2	4	2	2	6	2	2	2	**8**	**13**	**20**
	1	4	4	2	5	3	1	1	4	6			
	1	6	2	2	2	5	3	4	6	6			
28	2	6	5	6	1	4	6	6	2	3	**7**	**10**	**13**
	1	3	5	3	6	2	5	2	3	5			
	6	5	4	1	2	5	3	1	3	5			
29	5	1	2	2	5	6	2	6	6	4	**7**	**12**	**15**
	4	5	3	6	2	1	5	4	5	6			
	5	6	3	3	5	5	5	4	5	6			
30	3	1	6	4	5	6	3	5	6	4	**5**	**7**	**13**
	4	5	3	2	5	5	1	5	5	1			
	3	4	6	1	3	4	4	1	4	4			

31	5	3	5	3	1	3	5	3	4	6	**2**	**8**	**14**
	4	5	6	5	3	4	5	4	6	2			
	4	6	1	5	2	3	2	4	3	2			
32	4	3	4	2	6	4	6	5	3	6	**7**	**14**	**18**
	2	5	4	5	6	5	2	6	4	6			
	3	5	6	4	3	1	3	1	2	4			
33	4	3	4	3	4	4	1	5	5	3	**4**	**11**	**14**
	6	2	6	4	4	1	1	3	6	6			
	3	2	1	5	5	5	2	5	4	1			
34	1	5	2	2	4	2	6	4	6	3	**7**	**12**	**18**
	4	3	3	5	6	5	3	2	4	4			
	1	2	1	3	2	6	4	1	6	6			
35	4	4	1	2	4	1	6	2	6	5	**7**	**11**	**17**
	3	3	4	6	1	5	4	3	4	5			
	5	2	6	1	4	4	4	5	2	3			
36	6	4	3	6	5	5	2	2	3	1	**5**	**12**	**18**
	3	3	1	4	4	2	6	6	6	2			
	3	4	2	4	3	3	2	3	2	2			
37	3	1	4	6	6	2	4	5	2	5	**6**	**11**	**16**
	2	5	6	4	3	4	2	5	5	1			
	5	2	2	4	3	6	1	5	2	1			
38	2	2	4	2	6	2	4	6	1	2	**9**	**15**	**18**
	6	5	2	6	2	3	6	1	2	5			
	5	5	3	1	4	2	1	2	1	3			
39	3	4	6	3	4	4	2	2	6	4	**8**	**11**	**15**
	3	3	5	4	5	3	3	2	5	2			
	2	1	1	5	4	1	1	2	5	2			
40	1	6	6	6	1	2	4	5	6	3	**6**	**12**	**17**
	4	1	6	2	5	4	5	4	3	2			
	4	5	3	1	4	3	4	2	4	5			
41	3	2	3	3	3	6	1	6	2	1	**4**	**9**	**15**
	5	2	4	4	5	4	1	2	3	5			
	4	6	1	4	3	2	4	5	5	4			
42	5	4	2	1	3	3	3	1	2	6	**4**	**9**	**13**
	1	5	5	6	5	4	4	3	4	2			
	4	2	1	1	2	6	5	3	1	5			
43	6	3	4	6	6	2	3	1	2	5	**6**	**12**	**19**
	3	2	5	3	4	5	6	4	4	6			
	2	4	6	4	6	6	3	4	5	5			
44	4	6	5	3	4	5	3	5	4	2	**5**	**12**	**16**
	1	2	6	2	2	5	6	4	2	5			
	5	1	4	3	2	5	6	6	5	5			
45	3	4	6	4	3	5	2	5	6	5	**5**	**12**	**15**
	6	4	6	4	4	6	5	2	1	5			
	2	3	5	3	5	4	5	4	5	3			
46	1	3	1	3	4	5	5	6	6	2	**4**	**11**	**17**
	2	1	3	4	2	5	6	6	4	2			
	2	4	2	3	5	3	3	4	2	2			
47	6	5	5	5	3	3	4	1	6	5	**3**	**10**	**15**
	2	3	6	4	5	6	4	2	6	3			
	1	5	6	3	5	4	4	2	2	3			

48	3	3	2	3	5	6	6	4	4	5	**5**	**10**	**13**
	3	2	3	4	4	6	5	3	1	6			
	5	1	1	3	1	2	5	1	4	2			
49	4	1	5	6	2	5	5	3	5	1	**3**	**6**	**11**
	3	6	4	5	3	6	5	1	5	1			
	5	6	6	3	1	1	6	2	4	5			
50	1	5	4	4	6	5	5	2	2	4	**6**	**12**	**17**
	5	2	4	6	5	6	2	3	2	5			
	1	6	2	6	2	3	2	1	5	3			
51	1	4	6	5	3	4	2	1	5	2	**5**	**10**	**15**
	5	3	2	6	4	6	3	1	4	5			
	2	6	4	3	5	1	5	2	6	1			
52	1	4	5	4	1	2	6	4	3	5	**5**	**9**	**14**
	3	2	4	3	1	4	5	1	3	4			
	5	1	2	5	5	2	4	4	5	2			
53	1	6	4	2	4	5	3	3	6	1	**5**	**11**	**16**
	2	3	5	1	2	5	2	6	2	6			
	6	4	5	5	2	1	6	1	5	4			
54	3	5	1	3	4	3	4	1	4	6	**4**	**11**	**19**
	4	5	4	4	2	4	4	3	1	2			
	2	6	6	1	5	4	2	2	4	4			
55	2	3	4	6	3	4	2	5	4	1	**6**	**11**	**17**
	5	5	4	2	2	3	2	1	1	2			
	4	4	4	3	1	2	4	6	3	3			
56	3	5	2	1	5	3	2	6	6	5	**4**	**9**	**15**
	5	5	6	2	5	4	4	1	6	5			
	2	1	2	1	4	2	6	1	1	2			
57	5	6	3	3	3	6	3	5	1	6	**3**	**9**	**14**
	4	6	6	1	4	2	2	3	5	5			
	5	6	4	4	1	3	6	5	4	5			
58	3	3	2	5	3	5	6	1	5	6	**3**	**9**	**14**
	2	4	3	2	5	2	2	5	2	5			
	6	4	5	1	5	3	2	5	4	4			
59	6	6	5	6	5	2	4	6	3	2	**7**	**10**	**15**
	2	5	3	6	3	3	1	1	5	4			
	6	3	4	3	5	3	1	2	2	4			
60	1	4	2	5	2	1	2	6	1	4	**6**	**13**	**19**
	6	4	4	2	6	5	1	3	2	6			
	2	6	6	1	2	3	1	4	1	4			

- Alvarez Alva, Rafael. *Salud Pública y Medicina Preventiva.* Editorial El Manual Moderno. México, 1991.

- Batanero, Carmen. "Los retos de la cultura estadística". Congreso de Estadística. Caseros, Argentina, 2003

- Batanero, Carmen. *Didáctica de la Estadística*. GEEUG (Grupo de Educación Estadística Universitaria de Granada). Publica: Grupo de Investigación Estadística, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Granada. 2001.

-Boyer, Carl B. *–El cálculo de probabilidades,* Historia de la Matemática, Alianza Universidad textos, Madrid, 1996

- Canavos, George C.-*Probabilidad y Estadística. Aplicaciones y métodos*-Mc Graw Hill, España, 1988.

- Cortada de Kohan, Nuria. *Diseño Estadístico*. Para investigadores de las Ciencias Sociales y de la Conducta. Editorial Universitaria de Buenos Aires, Agosto de 1994.

- Cortada de Kohan, Nuria y Carro, José Manuel. *Estadística aplicada. Ediciones Previas/Psicología.* Editorial Universitaria de Buenos Aires, 1968.

- Duncan , R y otros. Bioestadística. Editorial Interamericana. 1978. p.47.

- Ferreiro, Osvaldo y Fernández de la Reguera, Pedro, *La estadística, una ciencia de la controversia*, Artículo publicado en la Revista Universitaria Nº 25 del Instituto de Matemáticas y Física .Universidad de Talca. Chile. (1988)

- Flores García, Rosalinda; Lozano de los Santos, Héctor. *Estadística*. Aplicada para Administración. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A.de C.V. México, 1998.

- Godino, Juan D.. "Investigaciones sobre Fundamentos Teóricos y Metodológicos de la Educación Matemática". Grupo de Investigación: Teoría y Métodos de investigación en Educación Matemática. Dirección: Juan D. Godino. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Granada, Octubre de 2003.

-Guzmán, Miguel de, *Juegos matemáticos en la enseñanza*, Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas, IV JAEM 1984, Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas "Isaac Newton", 49-85.

- Guzmán, Miguel de, *Enfoque heurístico de la enseñanza de la matemática*, Aspectos didácticos de matemáticas 1 (1985), Publicaciones del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Zaragoza, 31-46.

- Guzmán, Miguel de, *Aventuras Matemáticas* (Labor, Barcelona, 1986)

- Guzmán, Miguel de, *Enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas*. Esquema de un curso inicial de preparación, Aspectos didácticos de matemáticas 2 (1987) Publicaciones del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Zaragoza, 52-75.

- Guzmán, Miguel de, *Tendencias actuales de la enseñanza de la matemática*, Studia Pedagógica. Revista de Ciencias de la Educación, 21 (1989),19-26.

- Guzmán, Miguel de, *Para pensar mejor (*Labor, Barcelona, 1991)

- Hacking, Ian. *La Domesticación del azar*. Editorial Gedisa, Barcelona, España, 1995.

- Hernández Fernández, Herminia; Delgado Rubí, Juan Raúl; Fernández de Alaiza, Bertha; Valverde Ramirez, Lourdes y Rodríguez Hung, Teresa. *Cuestiones de Didáctica de la Matemática*. Conceptos y procedimientos en la Educación Polimodal y Superior. *Serie educación*. Homo Sapiens Ediciones, Rosario, Argentina, febrero de 1998.

- Hobsbawm, Eric, *La era de la Revolución*. Bs.As., Argentina, Crítica, 1997.

- Hobsbawm, Eric, *La era del Capital*, Bs.As., Argentina, Crítica, 1998.

- Holmes, P. (2002). *Some lessons to be learnt from currículo developments in stadistics*. En B. Philips (Ed.) Proceedings of the Sixth internacional Conference on Teaching of Statistics. Ciudad del Cabo: IASE. CD ROM.

- Leonard J. Kazmier. *Estadística aplicada a la Administración y Economía*. Tercera edición. Mc. GRAW HILL. (1998)

- Kreyszig, Erwin. *Introducción a la Estadística Matemática. Principios y métodos.* EDITORIAL LIMUSINA, S.A. México, Quinta reimpresión, 1981.

- Le Lionnais, F. y colaboradores- *Las corrientes del pensamiento matemático*, EUDEBA, Buenos Aires, 1962.

- Levin, Richard I. ;Rubin, David S. con la colaboración y revisión técnica de: Balderas Lozada, Miguel; Del Valle Sotelo, Juan Carlos; Gómez Castillo, Raúl. *Estadística para administración y economía*. PEARSON Educación , México, Séptima Edición, 2004.

- López, Antonio R.-*Matemática Moderna* –Editorial Stella, Buenos Aires, (4ª edición), 1969.

- Mandelbrot Benoit- *Del azar Benigno al azar salvaje*- Investigación y Ciencia, diciembre 1996.

- Newman, James R. Sigma. *El mundo de las matemáticas*. Ed. Grijalbo-Mondadori. 1997. (Reedición)

- Rey Pastor y Babini- *Historia De la Matemática*. Ed. Gedisa. Barcelona. 1980

- Santaló Luis A.; Gálvez, Grecia; Charnay, Roland; Brousseau, Guy; Lerner, Delia y Sadosky, Patricia. Parra, Cecilia y Saiz, Irma (compiladoras). *Didáctica de matemáticas*. Aportes y reflexiones. Editorial Paidós Educador. Argentina. 5ta reimpresión, 1997.

- Santaló,L.A., *Enseñanza de la matemática en la escuela media* (Docencia, Buenos Aires, 1981)

- Santaló,L.A., *La educación matemática, hoy* (Teide, Barcelona, 1975)

- Serrano Romero, Luis; Batanero Bernabeu Carmen y Ortiz de Haro, Juan J. *"Interpretación de enunciados de probabilidad en términos frecuenciales por alumnos de bachillerato"*. Suma, 22, 43-50, 1996.

- Toranzos, Fausto I. *"Teoría Estadística y Aplicaciones"*. Ediciones Macchi. 1997

- Willoughby S.S.- *Probability and Statistics*- Silver Burdett Company

- Chou Ya Lun. *Análisis Estadístico*. Mc. GRAW-HILL. Ültima edición. 1991

Investigaciones

1. Azcárate P., Cardeñoso J.M. y Porlán R.: *Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad*-Enseñanza de las Ciencia, 1998, España.

2. Barallobres, Gustavo: *Reflexiones sobre la enseñanza de la Matemática*- Novedades Educativas N° 44.

3. Batanero C., Godino J.D., Green D.R., Holmes P.y Vallecillos A.: *Errores y dificultades de los conceptos estadísticos elementales*, 2000, España.

4. Batanero Carmen**:** *Significado y comprensión de las medidas de posición central*- Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada- UNO, 25,41-58.2000, España.

5. Casávola,H. , Castorina,J.A., Fernández,S. y Lenzi,A.- *Psicologìa genética. Aspectos metodológicos e implicancias pedagógicas*-Miño y Dávila, Buenos Aires, 1984.

6. Castorina, J.A. –Sin título- Ponencia publicada en los cuadernos de la fundación Eppec, Buenos Aires, 1992.

7. Cobo Belén y Batanero Carmen**:***La mediana en la educación secundaria obligatoria:¿un concepto sencillo?*, 2000, España.UNO 23, 85-96.

8. Coll,C. –*Acción, interacción y construcción del conocimiento en situaciones educativas. Anuario de Psicología nº 33*., Madrid, 1985.

9. Coll, C. –*La construcción de los esquemas de conocimiento en el proceso de enseñanza aprendizaje*- Psicología genética y aprendizajes escolares, Siglo XXI, Madrid, 1983.

10. Cortada de Kohan, Nuria y Batesteza, Beatr**iz.** *Actitudes y opiniones de egresados de la Universidad de Buenos Aires acerca de la necesidad de la estadística en las carreras no matemáticas*. Investigación realizada en la Facultad de Ciencias Sociales UBA, publicada en Interdisciplinaria - Revista de Psicología y Ciencias Afines. Buenos Aires, Argentina.1983-1984. Interdisciplinaria, 7, 2, "Actitudes hacia la estadística". pp.109-147

11. Estepa Castro, Batanero Bernabeu: Concepciones iniciales sobre la asociación estadística-Enseñanza de las Ciencias, 1995, España.

12. García,R.-*Jean Piaget, epistemólogo y filósofo de la ciencia*- Boletín de la Academia de la Investigación científica nº28, 5-9, Buenos Aires, 1995.

13. Hitt Espinosa F. y otros: *Sobre el uso de ciertos problemas en la exploración del razonamiento probabilista de los alumnos*, Jesús Alarcón Bortolussi- Investigaciones en Matemática Educativa- Grupo Editorial Iberoamárica, 1996, México.

14. Piaget –*La teoría de Piaget. Monografía nº 2 de la revista Infancia y aprendizaje*- 1981

15. Piaget,J. y García,R. –*Ciencia, psicogénesis e ideología*-Psicogénesis e historia de las ciencias, Siglo XXI, México, 1982.

16. Piaget, J. –*Introducción a la epistemología genética*- Paidos, Buenos Aires, 1978.

17. Pozo, I. -*El sistema del aprendizaje*- En Aprendices y maestros, Alianza, Barcelona, 1996.

18. Pozo, I.-*La indefensión aprendida*- En Aprendices y maestros, Alianza, Madrid, 1996.

19. Pozo, I.– *La motivación o por qué queremos aprender*- En Aprendices y maestros, Alianza, Madrid, 1996

20. Pozo, I. –*Modelos de cambio conceptual en la instrucción* , En Teorías cognitivas del aprendizaje- Morata, Madrid, 1993.

21. Quaranta, M. y Wolfman, I. –*Tras las huellas del "h" error*-Colección Documentos de trabajo nº 13, I.I.C.E., Buenos Aires, 1995.

22. Rivière, A. - *La psicología de Vigotsky* –Aprendizaje Visor, Madrid, 1988.

23. Ross Honsberger, *El ingenio de las Matemáticas*- La tortuga de Aquiles N° 4 Verano, La tortuga, 1994, España. -Capítulo uno, Probabilidad y Pi –ensayo.

24. Valiño, Fabían: Una reflexión acerca del concepto de probabilidad simple, artículo para profesores no publicado.

Páginas Web

- http://etsiit.ugr.es/profesores/jmaroza/anecdotario/anecdotario-d.htm.

- Qué es la estadística, historia de la estadística.
  www.gestiopolis.com/recursos/experto/catsexp/pagans/eco/21/estadistica.htm - 39k -

- "Estadística," Enciclopedia Microsoft® Encarta® Online 2006
  http://es.encarta.msn.com © 1997-2006 Microsoft Corporation.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA MATANZA

Secretaría de Ciencia y Tecnología

Código...**B0107**........

1. PROYECTO DE INVESTIGACION

Título del proyecto:

GÉNESIS Y EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LOS CONCEPTOS DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA COMO HERRAMIENTA METODOLÓGICA

Unidad Ejecutora: Univ. Nac. de La Matanza

epartamento: Ciencias Económicas

Instituto, Carrera, Cátedra, etc.: Estadística

Grupo de Investigación.......................................

Dirección: Florencio Varela 1900 San Justo Cód.Postal: 1754

Tel.: 4480-8900

Investigadores Miembros del Equipo:

Nombre y Apellido Laura Polola
Nombre y Apellido Graciela Fernández
Nombre y Apellido Liliana Pagano
Nombre y Apellido Silvia Brunetti
Nombre y Apellido Miriam Ecalle

Director/es:

Nombre y Apellido María Eugenia Ángel
Título: Profesora de Matemática
Legajo UNLM: 511
Categoría Docente: Profesor Titular Dedicación: Exclusiva
Dirección Particular Av. Rivadavia 13230 Ramos Mejía
Tel.: 4658 - 2286

RESUMEN:
En el presente trabajo se realizará un relevamiento histórico de la génesis y evolución de conceptos básicos de Probabilidad y Estadística. Para ello se tendrán en cuenta el análisis del entorno temporal, el trabajo de pensadores de diversas áreas del conocimiento frente a los conflictos encontrados ante nuevos paradigmas, las condiciones en que se realizara la modelización de las teorías y la llegada a la institucionalización y formalización de las mismas. Complementando el relevamiento se analizarán artículos e investigaciones en educación matemática referidos particularmente a temas de Probabilidad y Estadística, en búsqueda de la detección de dificultades y/u obstáculos en su aprendizaje y en el posible uso de la historia como herramienta de enseñanza.
Desde este estudio se proyecta diseñar una metodología de enseñanza de éstas áreas, en la cual se capitalicen las diferentes técnicas y estrategias empleadas en la superación de las dificultades presentadas al querer establecer como válidas las ideas primarias y su desarrollo.
El diseño metodológico previsto contemplará, propuestas de enseñanza teórica apoyadas en la construcción de una red conceptual basada en el desarrollo histórico de los conceptos que la conforman, planteo de actividades prácticas desde situaciones concretas utilizando el tratamiento conceptual como soporte y finalmente la evaluación conceptual y técnica afín al enfoque en el cual se enmarca este diseño.

PLAN DE INVESTIGACIÓN

Reflexiones e interrogantes que motivaron la investigación
En los trabajos de investigación que hemos realizado y en la propia labor docente, nuestra principal preocupación ha sido siempre encontrar la forma de transferir los conceptos matemáticos de manera que permita su mejor aprehensión por parte de los alumnos.
Considerando que la transformación histórica de los conceptos representa una línea de desarrollo teórico que puede utilizarse para su mejor aprendizaje, ya que es posible establecer un paralelismo entre las dificultades presentadas para institucionalizar un concepto dentro de la expansión estructural de su área de referencia y las dificultades para su aprendizaje.
Es en este contexto donde nos preguntamos *si la génesis y evolución de los conceptos pueden ser ejes que guíen la construcción de un diseño metodológico para la enseñanza de esta ciencia que redunde en beneficio del verdadero aprendizaje.*
En pos de responder al interrogante planteado hemos seleccionado para su estudio los temas referidos al área de la Probabilidad y Estadística, en la que los integrantes de este equipo de investigación estamos desarrollando parte de nuestra tarea docente y donde frecuentemente observamos en los alumnos una conceptualización precaria o errónea lo cual conlleva a la necesidad de encontrar una metodología de enseñanza que tienda a revertirla.
Objetivo.
El objetivo general de esta investigación es diseñar una metodología de enseñanza basada en el desarrollo histórico de los conceptos intervinientes.
Objetivos operacionales.
A) Referidos al surgimiento y evolución de los conceptos.
1- Describir el entorno temporal.
2- Identificar las motivaciones que los originaron.
3- Analizar los conflictos y las formas de superación.
4- Estudiar los paradigmas involucrados.
5- Determinar las condiciones en que se realizara la modelización de las teorías.
6- Construir la red conceptual que los vincula.
B) Referidos a las investigaciones y/o artículos referidos al tema.
1- Reconocer las dificultades y/u obstáculos presentados en el proceso de enseñanza-aprendizaje y sus posibles formas de superación.
2- Localizar la utilización de la historia como recurso didáctico y sus implicancias.

Proceso de Investigación.

I- Modalidad de trabajo.

Esta investigación se desarrollará en varias etapas, que se encuentran relacionadas con el cumplimiento de los objetivos planteados.

Etapas de la investigación:

1- Identificación y clasificación de los conceptos a analizar.
2- Búsqueda y selección del material bibliográfico.
3- Análisis del material bibliográfico.
4- Procesamiento y cruce de la información obtenida.
5- Síntesis de los datos recopilados.
6- Configuración de los lineamientos evolutivos de los conceptos.
7- Confección de la red conceptual.
8- Jerarquización de las dificultades de aprendizaje.
9- Diseño de la metodología de trabajo.

II- Unidades de análisis.

Las unidades de análisis principales son los conceptos de Probabilidad y Estadística seleccionados para su estudio.

III- Metodología

La metodología de trabajo es cualitativa basada en datos secundarios extraídos de diversas fuentes especializadas de las distintas áreas del conocimiento.

Cronograma de actividades:

El siguiente es un cronograma del tiempo estimado para las distintas actividades o etapas a realizar:

Actividad	Tiempo estimado en meses
1- Identificación y clasificación de los conceptos a analizar.	1
2- Búsqueda y selección del material bibliográfico.	2
3- Análisis del material bibliográfico.	4
4- Procesamiento y cruce de la información obtenida.	4
5- Síntesis de los datos recopilados.	4
6- Configuración de lineamientos evolutivos de conceptos.	1
7- Confección de la red conceptual.	1
8- Jerarquización de las dificultades de aprendizaje.	2
9- Diseño de la metodología de trabajo.	5

DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN A TRAVÉS DEL TIEMPO (EN MESES)

ACTIVIDAD	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1- Identif. de conceptos	■																							
2- Arqueo bibliográfico.		■	■																					
3- Análisis bibliográfico.				■	■	■	■																	
4- Proces. y cruce de datos								■	■	■	■													
5- Síntesis de los datos.												■	■	■	■									
6- Conf. lineamientos concep.																■								
7- Red conceptual.																	■							
8- Jerarquización de las dific.																		■	■					
9- Diseño de la metodología.																				■	■	■	■	■

Artículo aceptado para su publicación en la Revista ReDEs.edu.

ReDEs.edu. Revista Digital de Estudios e Investigación Universitaria. Depto. de Cs. Económicas. UNLaM. En vías de publicación. San Justo, 2006.

GÉNESIS Y EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LA PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Autores: Angel, M. Eugenia; Fernández, Graciela; Polola, Laura C.
Colaboradores: Brunetti, Silvia M.; Ecalle, Miriam; Pagano, Liliana S.

Resumen

El siguiente artículo muestra la etapa inicial de un trabajo de investigación que parte de un relevamiento histórico de la génesis y evolución de conceptos básicos de Probabilidad y Estadística. El objetivo es analizar el trabajo de pensadores de diversas áreas del conocimiento frente a los conflictos encontrados ante nuevos paradigmas, las condiciones en que se realizara la modelización de las teorías y la posterior llegada a su formalización. La información tratada surge de artículos e investigaciones en educación matemática referidos a los conceptos de Probabilidad y Estadística, en búsqueda de la detección de dificultades y/u obstáculos en su aprendizaje y en el posible uso de la historia como herramienta de enseñanza.
Desde este estudio se proyecta diseñar una metodología de enseñanza, donde se capitalicen las diferentes técnicas y estrategias empleadas en la superación de las dificultades al querer establecer como válidas las ideas primarias y su desarrollo.
Palabras claves: evolución-historia-conflicto-paradigma-metodología-formalización

Abstract

The following article shows the initial stage of investigation work that leaves of a historical report of the genesis and evolution of Probability and Statistic's basic concepts. The objective is to analyze the work of thinkers of diverse areas of the knowledge in front of the opposing conflicts in the presence of new paradigms, the conditions in that it's carried out the shaping up of the theories and the later arrival to its formalization. The treated information arises of articles and investigations in mathematical education referred to the Probability and Statistic's concepts, in search of the detection of difficulties and obstacles in its learning and in the possible use of the history like teaching tool.
From this study it's projected to design a teaching methodology, where the different ones are capitalized technical and strategies used in the overcoming from the difficulties when wanting to settle down as valid the primary ideas and their development.
Key words: evolution-history-conflict-paradigm-methodology-formalization.

INTRODUCCIÓN

En la búsqueda de estrategias y metodologías de enseñanza de la Estadística recorrimos aspectos muy diversos como fuentes de recursos para mejorar el proceso educativo. Entre ellos, quizás el más paradigmático a la hora de revisar los fundamentos donde se cimienta la ciencia que nos ocupa, es el de situarnos en el proceso histórico donde se sucedieron los hechos que hicieron surgir los conceptos que hoy conforman los curriculums de las asignaturas de Probabilidad y Estadística[i] en distintos niveles de educación.
La estadística ha jugado un papel preponderante en el desarrollo de las sociedades, particularmente en nuestros días al convertirse en una herramienta metodológica indiscutible para todo investigador en cualquier campo del saber.
Además de su carácter instrumental para otras disciplinas, se reconoce el valor del desarrollo del razonamiento estadístico en una sociedad caracterizada por la disponibilidad de información y la necesidad de toma de decisiones en ambientes de incertidumbre.[ii]
En el siglo XX la estadística ha pasado a ser uno de los componentes culturales presentes en el currículo de la educación media y superior de muchos países del mundo, entre ellos de Argentina. La estadística forma parte de la herencia cultural necesaria para el ciudadano educado de hoy.
En las sociedades actuales donde la característica es la velocidad de los cambios, nos preocupamos continuamente por cuál es la mejor forma de preparar a los jóvenes y qué contenidos relevantes deben incluirse en los programas de esta asignatura dado el dinamismo propio de la ciencia y de su enseñanza.
Algunos objetivos que nos proponemos alcanzar, orientados al mejoramiento de la calidad del proceso educativo en esta disciplina, son:

- Revalorizar la historia y evolución de la ciencia en el proceso educativo.

- ➢ Evidenciar cómo la necesidad en su contexto histórico motivó el continuo desarrollo y crecimiento de la Estadística y más tarde de la Estadística Matemática.
- ➢ Reflexionar sobre cómo se produce la construcción del conocimiento.
- ➢ Lograr que los antecedentes históricos de las nociones estadísticas constituyan un verdadero puente entre la Ciencia y los saberes del campo específico del alumno.

La concepción del uso de la historia en la educación varía en función de la filosofía de las matemáticas que se posea constituyendo uno de los ejemplos más importantes de la relación entre la ideología o la filosofía y la práctica educativa matemática.
Creemos además que en contraposición con la inclusión de la historia como fuente de recursos motivadores de carácter anecdótico existe la opción de diseñar programas estructurados con base en el devenir histórico concreto. La importancia de introducir la historia en la educación matemática no es producto de un desarrollo intrínseco de los contenidos matemáticos, sino que está profundamente condicionado por objetivos que encuentran sentido y coherencia especialmente en las visiones aceptadas consciente o inconscientemente sobre la naturaleza de las matemáticas. Por esto es que más allá de la importancia de las actividades intelectuales de los hombres en su contexto histórico debe enfatizarse el papel de la ideología entendida como conjunto más o menos coherente de representaciones de la conciencia en su construcción.

FUNDAMENTACIÓN

La introducción de la historia como herramienta en la enseñanza de la estadística se enmarca dentro de una visión filosófica que la avala y determina el concepto de enseñanza sobre el que se sustenta el trabajo en el aula.
Miguel de Guzmán[iii] afirma que la filosofía prevalente sobre lo que la actividad matemática representa tiene un fuerte influjo, más efectivo a veces de lo que aparenta, sobre las actitudes profundas respecto de la enseñanza matemática. Desde la publicación de la tesis doctoral de I. Lakatos (1976), Proofs and refutations, se han producido cambios bastante profundos en el campo de las ideas acerca de lo que verdaderamente es el quehacer matemático.
La antigua definición de la matemática como ciencia del número y de la extensión, corresponde a un estadio de la matemática en que el enfrentamiento con la realidad se plasmó en dos aspectos fundamentales, la complejidad proveniente de la multiplicidad (lo que da origen al número, a la aritmética) y la complejidad que procede del espacio (lo que da lugar a la geometría, estudio de la extensión). Más adelante el mismo espíritu matemático se habría de enfrentar con:

- ✓ la complejidad del símbolo (álgebra)
- ✓ la complejidad del cambio y de la causalidad determinística (cálculo)
- ✓ la complejidad proveniente de la incertidumbre en la causalidad múltiple incontrolable (probabilidad, estadística)
- ✓ complejidad de la estructura formal del pensamiento (lógica matemática).

La filosofía de la matemática actual ha dejado de preocuparse tan insistentemente como en la primera mitad del siglo XX sobre los problemas de su fundamentación, especialmente tras los resultados de Gödel a comienzos de los años 30, para enfocar su atención en el carácter cuasiempírico de la actividad propia (I. Lakatos), así como en los aspectos relativos a la historicidad e inmersión de la matemática en la cultura de la sociedad en la que se origina, considerándola como un subsistema cultural con características en gran parte comunes a otros sistemas semejantes; provocando que algunos matemáticos reflexionen sobre su propio quehacer y cómo la enseñanza de la matemática debe ser.
La educación matemática se debe concebir como un proceso de inmersión en las formas propias de proceder del ambiente matemático y en la forma peculiar de ver las cosas características de la escuela en la que se entronca. Esta idea tiene profundas repercusiones en la manera de enfocar su enseñanza y aprendizaje.
La matemática es una ciencia más empírica de lo que se creia, sobre todo en su invención, que es mucho más interesante que su construcción formal. Es necesario que la inmersión en ella se realice teniendo en cuenta mucho más intensamente la experiencia y la manipulación de los objetos de los que surge. La formalización rigurosa de las experiencias iniciales corresponde a un estadio posterior. A cada fase de desarrollo mental, como a cada etapa histórica o a cada nivel científico, le corresponde su propio rigor.
Para entender esta rica interacción entre la realidad y la matemática es necesario acudir, por una parte, a su historia, que devela su proceso de emergencia en el tiempo y por otra parte a sus aplicaciones, que hacen patentes la fecundidad y potencia de esta ciencia. Con ello se hace obvio cómo la matemática ha procedido de forma muy semejante a las otras ciencias, por aproximaciones sucesivas, por experimentos, por tentativas, unas veces fructuosas, otras estériles, hasta que va alcanzando una forma más madura, aunque siempre perfectible. Nuestra enseñanza ideal debería tratar de reflejar este carácter profundamente humano de la matemática, ganando con ello en asequibilidad, dinamismo, interés y atractivo.

Es decir la ideología se instala como factor social que determina el devenir no sólo intelectual, sino socio-histórico.
Según Guillermo Boido: "Se pretende señalar los riesgos que entrañan la ausencia de *vertientes culturales* en la educación científica que se imparte hoy. Al presentar ante el educando una versión (irreal) de una ciencia desvinculada del quehacer concreto del investigador y del contexto histórico, social y cultural que enmarcó su tarea y sus logros[…]. Se corre el riesgo de dar una imagen desnaturalizada del quehacer científico y de la ciencia misma, conocimiento provisional, evolutivo, autocrítico y autocorrectivo". [iv]
Afirma Ángel Ruiz[v] que innumerables textos hacen referencias a pasajes históricos y en ciertas ocasiones, el orden histórico se ha tomado como base en la explicación de contenidos. Sin embargo, el uso de la historia de la Matemática ha sido muy reducido incluso en buena parte de la enseñanza moderna, no aparece en ninguna forma y hasta en la formación profesional docente se ha eximido de su aprendizaje o solo se dan casos de "cursos aislados y poco meditados".
Por eso Batanero (2002)[vi] describe los componentes básicos de la formación didáctica de los profesores, a saber:

- La reflexión epistemológica sobre el significado de los conceptos, procedimientos particulares que se pretende enseñar.
- Análisis de las transformaciones del conocimiento para adaptarlos a los distintos niveles de enseñanza.
- Estudio de las dificultades, errores y obstáculos de los alumnos en el aprendizaje y sus estrategias en la resolución de problemas que permitirán orientar mejor la enseñanza y evaluación del aprendizaje.
- Análisis del currículo, situaciones didácticas, metodología de enseñanza para temas específicos y recursos didácticos específicos.

La Dra. Herminia Hernández Fernández[vii] presupone que en la enseñanza de esta ciencia hay que mostrar el movimiento y desarrollo de los modelos matemáticos, conceptos, teoremas, métodos matemáticos, y que éstos tienen su origen en la realidad objetiva, en las relaciones conjuntistas, estructurales y de posición y que son sus imágenes abstractas a menudo muy alejadas de la realidad. Y aclara que unos de los aspectos que contribuye a hacer dinámico el pensamiento es tener en cuenta el hecho histórico acompañado del análisis de las insuficiencias y de las limitaciones de un concepto matemático en un determinado momento y su reemplazo por otro, que satisfaga esas limitaciones[viii].

Arribando al tema central de esta investigación que es la enseñanza de la estadística, Holmes (2002)[ix] considera que las lecciones de estadística dentro de los libros de textos de matemáticas no tienen como objetivo preferente la actividad estadística, provocando muchas veces que los alumnos finalicen los cursos sin adquirir una competencia real para llevar a cabo un trabajo estadístico.
Lo afirmado por Holmes se observa generalmente en que los alumnos realizan sólo cálculos y desarrollos matemáticos dejando de lado la interpretación y conceptualización de los mismos.
En los últimos años se ha venido forjando el término "stastistics literacy" para reconocer el papel del conocimiento estadístico en la formación elemental. El hecho de que el Sexto Congreso Internacional sobre Enseñanza de la Estadística, celebrado en la Ciudad del Cabo en julio de 2002, tuviese como lema "El desarrollo de una sociedad estadísticamente culta", es un claro indicador de esta relevancia (Moreno, 1998; Murray y Gal, 2002).
Batanero aclara que el objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en "estadísticos aficionados", puesto que la aplicación razonable y eficiente de la estadística para la resolución de problemas requiere un amplio conocimiento de esta materia y es competencia de los estadísticos profesionales. Tampoco se trata de capacitarlos en el cálculo y la representación gráfica, puesto que los ordenadores resuelven este problema, lo que se pretende es proporcionar una "cultura estadística".
Para Gal[x], la cultura estadística incluye dos componentes interrelacionados:
a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y
b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante.
Con respecto a la cultura estadística resulta explicativo lo que expresan Wild y Pfannkuch (1999)[xi] en relación al razonamiento estadístico. Dicen los autores que este tipo de razonamiento incluye cinco componentes fundamentales, a saber:

✓ Reconocer la necesidad de los datos: La base de la investigación estadística es la hipótesis de que muchas situaciones de la vida real sólo pueden ser comprendidas a partir del análisis de datos que han sido recogidos en forma adecuada.

✓ Transnumeración: Significa la comprensión que puede surgir al cambiar la representación de los datos. Al contemplar un sistema real desde la perspectiva de modelización, puede haber tres tipos de transnumeración: (1) a partir de la medida que "captura" las cualidades o características del mundo real, (2) al pasar de los datos brutos

a una representación tabular o gráfica que permita extraer sentido de los mismos; (3) al comunicar este significado que surge de los datos, en forma que sea comprensible a otros.

- ✓ Percepción de la variación: La recolección adecuada de datos y los juicios correctos a partir de los mismos requieren la comprensión de la variación que hay y se transmite en los datos, así como la incertidumbre originada por la variación no explicada. La estadística permite hacer predicciones, buscar explicaciones y causas de la variación.
- ✓ Razonamiento con modelos estadísticos: Cualquier estadístico, incluso un gráfico simple, una línea de regresión o un resumen puede contemplarse como modelo, pues es una forma de representar la realidad. Lo importante es diferenciar el modelo de los datos y al mismo tiempo relacionarlo con los datos.
- ✓ Integración de la estadística y el contexto.

Este modelo describe el razonamiento estadístico en forma global.

Es este tipo de razonamiento el que deberían lograr los alumnos, por tal motivo la metodología pasa a ser nuevamente el centro de interés donde la historia juega un rol muy importante. Son la descripción y el esclarecimiento de los pasos constructivos que históricamente se han dado en la evolución de la estadística los que favorecen su mejor aprovechamiento intelectual y formativo, asignándole un mayor énfasis a la contextualización histórica, social, cultural y empírica de su naturaleza y enseñanza.

RESEÑA HISTÓRICA

*Toda ciencia es medición, toda medición es estadística. (*Helhomtz)

Origen de la palabra Estadística

La palabra *Estadística* tiene sus antecedentes históricos en los censos, recuentos o inventarios, de personas o bienes, realizados aún antes de Cristo.

Para algunos autores, el vocablo *statistik* proviene de la palabra italiana *statista* y fue utilizado por primera vez en 1752 por Gotfried A. Achenwall con el significado de "ciencia de las cosas que pertenecen al estado". Achenwall fundó la Escuela de Göttingen y es conocido por los alemanes como el padre de la estadística, reconocimiento que él atribuye a Hermann Conrig (1606-1681).

Para otros autores la palabra "estadística" deriva de *status* que en el latín medieval tenía el sentido de "estado político". Y con este sentido es usado por primera vez en el Hamlet de Shakespeare. Posteriormente se la usó en tratados de política económica y significaba la exposición sistemática y ordenada de las características más notables de un Estado[xii].

El Dr. E. A. W. Zimmerman introdujo el término *statistics* en Inglaterra. Su uso fue popularizado por sir John Sinclair en su obra *Statistical Account of Scotland* ("Informe estadístico sobre Escocia 1791-1799")[xiii].

Declaraba Gustav Rumelin en 1863, la cultura alemana exige definiciones de concepto y de objeto. ¿Es la estadística una ciencia? Si lo es, ¿qué clase de ciencia es y cuáles son sus conceptos y objetos*?* "Hasta ahora hay sesenta y dos definiciones diferentes de estadísticas. La mía hará que haya sesenta y tres*"*[xiv].

Algunas definiciones de Estadística

Las diferentes definiciones de Estadística la ubican en múltiples contextos, desde el propio al utilitario, pasando por el matemático y social: para Karl Pearson trata de las aplicaciones de la teoría matemática a la interpretación de observaciones masivas; Jerzy Neyman la incluye dentro del cálculo de probabilidades; Harald Cramer dice que investiga la posibilidad de extraer de datos estadísticos inferencias válidas elaborando los métodos mediante los cuales se pueden obtener dichas inferencias. Finalmente, para Alexander Mood la estadística no es otra cosa que la tecnología del método científico[xv].

Las discusiones sobre lo que realmente es la estadística son actuales, incluso en su taxonomía. La UNESCO la clasifica dentro de las ciencias sociales, pero FONDECYT la incluye dentro de la matemática y a ésta en las ciencias exactas y naturales.

Rosalinda Flores García (1998) señala que "es posible hablar de dos términos y metodologías diferentes. Si se trata de la recolección, presentación y caracterización de un conjunto de datos que arrojan como resultado la descripción de las diversas características de una población o muestra, tiene lugar una metodología llamada estadística descriptiva. Esas experiencias, enriquecidas con los conceptos de la teoría de probabilidades hacen posible la estimación de características de una población, validación de distribuciones o la toma de decisiones sobre algún factor de la población, sin conocerla enteramente y basándose sólo en los resultados de un muestreo. Esta metodología se llama estadística inferencial[xvi].

Leonard J. Kazmier (1998) dice que la estadísticas es el conjunto de técnicas que se emplean para la recolección, organización, análisis e interpretación de datos[xvii].

Cortada de Kohan, Nuria (1994), nos acerca una posible definición y demarca un poco más el panorama citando a otros autores. "Por estadística entendemos los métodos científicos por medio de los cuales podemos recolectar,

organizar, resumir, presentar y analizar datos numéricos relativos a un conjunto de individuos u observaciones y que nos permiten extraer conclusiones válidas y efectuar decisiones lógicas".
Según Yule[xviii] por estadística damos a entender datos cuantitativos fuertemente influidos por una multitud de causas.
Para Gini[xix] la Estadística, en su aspecto metodológico, es una técnica adecuada al estudio cuantitativo de los fenómenos de masa o colectivos, entendiendo por tales aquellos cuya medición requiere una colección de observaciones de otros fenómenos más sencillos llamados fenómenos aislados o individuales[xx].
Al respecto, Nuria Cortada de Kohan agrega que es importante señalar que se habla de fenómenos cuya medición requiere una colección de observaciones, pues hay fenómenos que se presentan en masa pero no se requiere observación alguna, pues se conocen a priori.
Rafael Alvarez Alva. (1991)[xxi] en el capítulo de "Estadística médica y de la salud" incluye cuatro definiciones que considera muy importantes pues muestran el avance que ha tenido lugar en esta disciplina:

- Croxton y Cowden: es el método científico que se utiliza para recolectar, elaborar, analizar e interpretar datos sobre características susceptibles de ser expresadas numéricamente, de un conjunto de hechos, personas o cosas.
- Yule y Kendall: es el método científico que sirve para la elucidación de datos cuantitativos que obedecen a múltiples causas.
- Mainland: es el método científico que se ocupa del estudio de la variación.
- Ligia Moya: es la rama del saber que trata del desarrollo y aplicación de métodos eficientes de recolección, elaboración, presentación, análisis e interpretación de datos.

Para Chou Ya Lun (1991)[xxii], la función principal de la estadística es elaborar principios y métodos que nos ayuden a tomar decisiones frente a la incertidumbre.
Según Kreyszig, Erwin (1981), la estadística matemática trata de la teoría y aplicación de métodos para coleccionar datos estadísticos, analizarlos y hacer deducciones a partir de ellos. Estos tienen un rasgo en común que se deriva de la presencia de efectos que no podemos predecir porque son resultado de factores que no pueden ser controlados y con frecuencia ni siquiera enumerados, un solo caso muestra *"irregularidad aleatoria"* que hace imposible predecir resultados pero un gran número de casos exhiben *"regularidad estadística"*. Es importante descubrir detalles de esas "leyes estadísticas" para crear un modelo matemático.[xxiii]
Fausto I. Toranzos (1962) afirma que en primer lugar tenemos que tener en cuenta que el objeto de los estudios estadísticos está en los fenómenos que se refieren a poblaciones muy numerosas. Resulta, a menudo, que si deseamos estudiar el comportamiento de ellas, respecto de una propiedad o característica, los métodos deterministas son inaplicables frente a la complejidad del fenómeno[…] Es entonces cuando la Estadística apoyada en el cálculo de probabilidades se hace presente, y mediante un esfuerzo de síntesis, que es la característica de sus métodos, introduce estudios referentes al comportamiento promedio de los individuos, logrando, en esa forma, superar la indeterminación que se manifiesta en los casos particulares[...] Dice al respecto Darmois: "La Estadística tiende a recoger, caracterizar numéricamente y coordinar grupos de hechos, grupos generalmente numerosos, hechos generalmente complejos".[xxiv]

En síntesis, nos referimos a la ciencia de la recolección y análisis de datos para la toma de decisiones, transformando datos en información. En su método comienza presentando técnicas de diseño y recolección de datos respecto a un fenómeno y luego mediante la estadística descriptiva se resume lo medular de la información. La inferencia estadística desde la probabilidad extiende las conclusiones obtenidas de la muestra a la población de la que es parte, además de postular modelos que se ajusten a los datos.

Desarrollo de la Ciencia Estadística

"La Estadística se estructuró, como disciplina científica, en el siglo pasado, pero ya se conocía y se aplicaba en forma rudimentaria desde la antigüedad".[xxv]
El Dr. Fausto I. Toranzos, identifica cuatro hitos principales en la constitución de la Ciencia estadística tal como la conocemos hoy en día, a saber:

1°- Confección de resúmenes estadísticos.
2°- Formalización de la estadística descriptiva
3°- Momento en que se relacionan el cálculo de probabilidades y la estadística
4°- Estructuración matemática de la estadística

La clasificación elegida responde a los cuatro grandes interrogantes que nos formulamos al momento de querer reconstruir el camino realizado por esta Ciencia.

1°- ¿Cuándo se comenzaron a realizar resúmenes estadísticos?

Prácticamente el hombre registró datos -de cosechas, de población, etc.- desde que dejó de ser nómade.

Desde la antigüedad nos llegan testimonios (documentos e inscripciones en donde grandes cantidades de datos numéricos se ven representados por promedios y por gráficas) procedentes de las diversas culturas como la sumeria -pueblos de Asiria y de Babilonia-, la egipcia, la árabe y de la misma Roma (también desde las culturas occidentales) pero sin formalización alguna, hasta que el economista prusiano Gottfried Achenwall utilizó el término de estadística referido a masas de datos numéricos, a su concentración y presentación en tablas y gráficas[xxvi].
Mucho antes de nuestra era ya se efectuaban relevamientos de población y de recursos, algunos ejemplos lo constituyen:

✓ Las tablas de Estadística agrícola utilizadas por los chinos miles de años antes de la era cristiana. En la China, Confucio (500 a. C), habla de cómo el rey Yao (3000 a. C) mandó hacer una verdadera estadística agrícola y un relevamiento comercial del país.

✓ Los censos realizados para facilitar la función del Estado mencionados en la Biblia, como la referencia de: el censo de los israelitas realizado por Moisés en el desierto, razón por la que se dio a aquella parte especial del libro el nombre de los Números[xxvii] y en El Viejo Testamento el Censo del rey Herodes.

✓ Realizaron censos también los romanos, los griegos y los egipcios. Los primeros para aplicar impuestos y los últimos para restituir las propiedades ubicadas en las márgenes del Nilo, después de las inundaciones.

➢ Se puede afirmar que el quehacer estadístico es tan antiguo como la historia registrada, mas fue después de varios siglos cuando se sistematizaron sus resultados.

2°- ¿Cómo comenzó a formalizarse la estadística?

Con la aparición de la estadística de fenómenos que "golpeaban a la sociedad" como lo son la muerte, epidemias, casos de suicidios, enfermedades mentales y todo tipo de delitos, los que dieron origen a la publicación de datos referidos a los mismos. Fue un verdadero alud de números impresos que dio inicio al recuento e inventario de los seres humanos y de sus hábitos[xxviii].

➢ En 1532 al producirse la peste en Inglaterra, durante el reinado de Enrique VII, se empezaron a registrar los fallecimientos. Y en Francia por medio de una ley se requirió al clero que registrara los bautismos, defunciones y matrimonios.

➢ A fines del siglo XVI, durante un brote de peste, el gobierno inglés empezó a publicar semanalmente las estadísticas de mortalidad. Práctica que continuó y que por el año 1632 estas *Listas de Mortalidad -Bills of Mortality-* contenían listados de nacimientos y muertes clasificados según el género.

➢ En 1662, John Graunt utilizó los listados de mortalidad publicados hasta ese momento para realizar predicciones acerca del número de personas que morirían a causa de diferentes enfermedades, y sobre la proporción de nacimientos, de ambos sexos, que podía esperarse. Resumido en su trabajo, *Natural and Political Observations Mentionet in a following Index, and made upon the Bills of Mortality*, el estudio de Graunt fue uno de los primeros análisis estadísticos[xxix].

Newman sostiene que la estadística fue fundada por Graunt pues fue la mencionada obra el primer intento de interpretación de los fenómenos biológicos de masa y de la conducta social, a partir de datos numéricos[xxx].
En 1995 Ian Hacking, concluye que en esa época, a partir de tamaña irrupción de cifras impresas el determinismo fue subvertido por leyes del azar. Para sustentar la presencia de leyes estadísticas era menester que se dieran regularidades semejantes a leyes en vastas poblaciones; pues la simple colección rutinaria de datos numéricos no es suficiente para que afloren a la superficie leyes estadísticas. Aclara además que el uso de la probabilidad en lo social no se realiza desde las concepciones matemáticas de la probabilidad sino desde donde realmente surgió: la metafísica, la epistemología, la lógica y la ética[xxxi].
En la misma época se creó en Londres la Escuela de Aritmética-Política que hacía estudios demográficos, actuariales y llevaba datos oficiales. De esta escuela derivaron dos tendencias en estadística:

- La denominada enciclopedicomatemática que se entronca con la aparición del cálculo de probabilidades. Algunas figuras representativas son:
  - ➢ Christian Huyghens, Blaise Pascal y Pierre Fermat; la familia de matemáticos Bernoulli que dieron fama durante más de medio siglo a la Universidad de Basilea.
  - ➢ Abraham De Moivre, Pierre Simon Laplace, Carl Friedrich Gauss, Simeón Denis Poisson, Adolfo Quetelet, Gournot y Francis Galton. De éste último procede toda la escuela inglesa de estadísticos y biometristas (Pearson, Fisher, Yule, Spearman, Gosset –Student-, Thurstone, etc.).
- La demográfica que procede idealmente de los primeros "aritméticos políticos", iniciada por Graunt. Numerosos discípulos continuaron su obra, particularmente William Petty (1627-1687) y Süssmilch (1707-1767). El primero fue su continuador en Inglaterra y el segundo en el continente europeo.[xxxii]

Sir John Sinclair, de esta escuela, robó a los germanos las palabras "estadísticas" y "estadística", reconociéndolo públicamente por escrito. Ante la disputa generada los aritmético políticos saltaron al primer plano internacional. Las agrias discusiones y duros ataques entre Londres y Göttingen terminaron con la Escuela de Göttingen. Esta se disolvió, y así surgió la estadística como disciplina aceptada que a partir de Galton se convierte en ciencia.

3°- ¿Cuándo se relacionan el Cálculo de probabilidades y la Estadística?
Hoy en día cuando se habla de estadística surge casi naturalmente la idea del azar pero esto no siempre fue así.
En el siglo XVII paralelamente al desarrollo de la Estadística como disciplina científica pero en forma independiente, se desarrolló el Cálculo de probabilidades. Se podría decir que a fines del siglo XIX se comenzó a utilizar el concepto de azar, indeterminismo o aleatorio.
Sus iniciadores son los matemáticos italianos y franceses de ese siglo, particularmente Pierre Fermat y Blaise Pascal, quienes dieron origen a los estudios del cálculo de probabilidades, tratando de resolver problemas de juegos de azar propuestos por el caballero de Méré.
Los primeros estudios sobre probabilidad estaban intrínsecamente unidos con los juegos de azar, buscando la máxima rentabilidad monetaria o mayor utilidad, objetivo vigente hasta que apareció la obra de Daniel Bernouilli en 1730.
Posteriormente, el empleo del método de los mínimos cuadrados es desde su introducción por Gauss y Legendre, la técnica de estimación más utilizada en el ámbito de la medida. (Rafael Ferrer Torío, marzo 2001)[xxxiii].
Los primeros nombres ligados a esta etapa significativa son:
✓ Los Bernouilli, originarios de los Países Bajos pasaron a Suiza. Jakob Bernoulli (1654-1705), formuló las tablas de distribución de probabilidad Binomial e inició los estudios sobre la estabilidad de las series de datos obtenidos a partir de registros de mortandad. Su obra *Ars conjectandi* fue publicada póstumamente en 1713, en ella se establecieron las bases de la teoría de la probabilidad. Su sobrino, Daniel Bernoulli (1700-1782) se dedicó al estudio de la teoría de probabilidades relacionándola formalmente en sus aplicaciones prácticas con la estadística.
✓ Los conocimientos que desde el Renacimiento tenían algunos matemáticos como Tartaglia sobre los juegos de azar fueron tratados posteriormente por:
✓ Pierre Fermat (1601-1665), en su *Teoría general de las combinaciones* y formalizados en el siglo XVIII con los estudios de Jakob Bernoulli.
✓ Thomas Bayes (1702-1761) fue el autor de la primera inferencia inductiva formal.
Estos logros culminaron con la obra de
✓ Pierre Simon Laplace (1749-1827), que establece las primeras hipótesis estadísticas de orden intuitivo, lleva a cabo estudios sistemáticos de cómo se desvía un conjunto de valores a partir de su promedio y escribe la *Teoría analítica de las probabilidades* en 1818 y *Ensayo filosófico sobre las probabilidades* (1814).
Los trabajos de Laplace permitieron dar su definitiva estructuración al Cálculo de probabilidades. Se puede decir que la obra del propio Laplace y de otros matemáticos como Poisson, Gauss, etc., proveyeron al Cálculo de probabilidades de recursos matemáticos llevándolo a un grado de perfeccionamiento que lo ha hecho apto para las aplicaciones a diversos campos de la ciencia y muy especialmente a la Estadística.
A partir de Laplace, las dos disciplinas, Cálculo de probabilidades y Estadística, que hasta entonces habían permanecido separadas, se fusionan de manera que el Cálculo de probabilidades se constituye en el andamiaje matemático de la Estadística.
El impulso que llevó al estado actual de desarrollo del Cálculo de probabilidades, producido entre fines del siglo XIX y principios del XX, se debe principalmente a franceses, rusos y norteamericanos, con la colaboración de alemanes, escandinavos, ingleses, italianos, etc.[xxxiv]

4°- ¿Cuándo la estadística pudo constituirse con una estructuración matemática?
Ese fue el inicio de una escuela que dominó a lo largo del siglo XIX.
✓ Carl Friedrich Gauss (1777-1855). Desarrolló estudios referidos a la ley normal del error y al método de mínimos cuadrados. Publica un tratado sobre las series hipergeométricas. Gauss, Bessel y el propio Laplace llegaron a establecer el método de mínimos cuadrados, como procedimiento matemático para resolver el problema fundamental de la teoría de los errores que constituye la primera rama de la Estadística con una estructuración teórico-matemática.
✓ Simon Denis Poisson (1781-1840), discípulo de Laplace, redacta la distribución que lleva su nombre y en 1837 establece el desarrollo matemático de la "ley de los grandes números".
La introducción de métodos estadísticos en la industria, ciencias físicas y sociales, y en otros campos, comenzó hace sólo unas cuantas décadas con algunas implicancias aún hoy no entendidas. Su importancia se halla en: la creación de métodos matemáticos que permiten realizar inferencia estadística acerca de las poblaciones a partir de muestras y la complicación creciente de los problemas científicos, de ingeniería, economía y política. Por ambas ha crecido la demanda de métodos más precisos y de la estadística matemática. Con los desarrollos estadísticos del siglo XX se puede afirmar que la Estadística es capaz de proporcionar esos métodos para una gran cantidad de problemas prácticos importantes.
Históricamente, a fines del siglo XIX y principios del XX hubo un gran impulso en el desarrollo de la estadística matemática por parte de Kart Pearson y su escuela (University Press, Cambridge)[xxxv].

Historia reciente

En Inglaterra tuvo su origen la Estadística Experimental.
Con Galton y Weldon (1860-1906) que medían características biológicas, surgió la biometría, fundaron la revista Biometrika (y con ello la ciencia y la palabra) y estimularon el desarrollo de la estadística con los descubrimientos de Pearson y Fisher.
El *diseño de experimentos* fue creado, tal como se concibe hoy en día, por R. A. Fisher (1890-1962). Mucha gente considera a Fisher el más grande estadístico de todos los tiempos. Publicó libros sobre varios aspectos de la Estadística y una infinidad de artículos, entre ellos *Statistical methods for research workers* (1925) y *The design of experiments* (1935, editados por Oliver y Boyd, Edimburgo). La mayor parte de sus contribuciones teóricas fueron compiladas en el libro *Contributions to Mathematical Statistics* (John Wiley y Sons, N. York, 1950).
Fisher impulsó su carrera como estadístico de la Estación Experimental de Rothamsted a partir de 1919, con lo que creó de paso una tradición de utilización de la Estadística en agricultura. Finalmente, por si lo demás fuera poco, el aporte de Fisher a la genética (por ejemplo el llamado "teorema fundamental de la genética" y el libro *The genetical theory of natural selection*, 1930, Oxford University Press) lo hace ser considerado uno de los pilares de la Genética moderna.
La enorme contribución de Fisher a la Estadística fue continuada en la Estación Experimental de Rothamsted por su sucesor Frank Yates con trabajo pionero en bloques incompletos, modelos lineales, mínimos cuadrados y computación.
En el primer tercio del siglo XX irrumpen con fuerza en el ámbito científico-matemático corrientes que tratan de configurar un marco propio para la axiomatización de la teoría de la probabilidad y las bases para sustentar la estadística inferencial.
El desarrollo de estas corrientes ocupó un amplio período de tiempo donde científicos de gran renombre fueron plasmando sus teorías:

- Preparación de una base topológica y de las estructuras asociadas necesarias para establecer una nueva axiomática (E. Cantor (1845-1918), D. Hilbert (1862-1943), E. Borel (1871-1956)).
- Inicio y consolidación de la axiomática de la teoría de la probabilidad (H. Lebesgue (1875-1941) , A. N. Kolmogorov (1903- 1987) y W. Feller (1906-1970)).
- Desarrollo de la inferencia estadística clásica y su aplicación a Ingeniería, Industria (A. Harkov (1856-1922), K. Pearson (1856-1936), W. S. Gosset–Student- (1876-1937) ; G. W. Snedecor(1881-1974) ; R. Von Mises(1883-1953) y R. A. Fisher)).

Estas áreas fueron perfeccionándose simultáneamente, consiguiendo en tan solo cincuenta años desarrollar contenidos que han formado una estructura propia en el ámbito de las ciencias matemáticas.
A partir de mediados del siglo XX, tras la puesta en práctica de la inferencia clásica, surgen investigadores que tratan de implementar aplicaciones dirigidas hacia las ciencias sociales y el ámbito económico surgiendo la inferencia estadística moderna que tiene dos pilares fundamentales: la teoría de la decisión y los métodos bayesianos.

- Teoría de la decisión. Punto de partida en los trabajos de Wald (1950). Pretende establecer una teoría, unas reglas de acción en situación de incertidumbre o riesgo. El valor de cualquier decisión es medido por su pérdida.
- Teoría bayesiana. Admite conocimientos a priori, así como observaciones nuevas. Las a priori son modificadas por las verosimilitudes.

Finalmente, la inferencia estadística robusta configura una teoría más afinada en aspectos tan interesantes como la parte de estimación y de contraste.
El término robusto fue establecido por Box (1953), tratando de forzar hacia una modelización más completa que la establecida. Trabajos posteriores fueron reforzando la teoría, destacándose: Quenouille (1956), con técnicas que permiten reducir el sesgo y establecer nuevos entornos para la estimación; Anscombel (1960), estimulando la investigación teórica y experimental en datos extremos; Huber (1964), diseñando los procedimientos estadísticos robustos; Hampel (1968), introduciendo el uso de curvas de influencia para analizar la sensibilidad de los estimadores; Jaeckel (1971) y Berger (1976), sobre aspectos de admisibilidad de los estimadores.

Esta breve reseña pone de manifiesto que el conocimiento se encuentra en permanente expansión en forma dinámica desde el momento de su concepción. Expansión que fue posible desde las controversias, paradigmas en conflicto, luchas y ambiciones entre otras causas.
Tomar conciencia de ese proceso posibilita diseñar metodologías de enseñanza donde la esencia de la ciencia esté presente para comprenderla y lograr su conceptualización en virtud de la evolución histórica como modelo de construcción de conocimiento.

Bibliografía

- Alvarez Alva R. "Salud Pública y Medicina Preventiva". Manual Moderno. México 1991
- Batanero, Carmen. "Los retos de la cultura estadística". Congreso de Estadística. Caseros, Argentina, 2003.

- Boido, Guillermo. *"Historia de la ciencia y vida en la ciencia. Algunas reflexiones educativas"*. Artículo del Programa de Epistemología, Lógica, Metodología e Historia de la Ciencia de la Facultad de Ciencias Exactas de la UBA. 1996.
- Cortada de Kohan, Nuria. "Diseño Estadístico". Para investigadores de las Ciencias Sociales y de la Conducta. Editorial Universitaria de Buenos Aires, Agosto de 1994.
- Cortada de Kohan, Nuria y Carro, José Manuel. *Estadística aplicada". Ediciones Previas/Psicología.* Editorial Universitaria de Buenos Aires, 1968.
- Chou Ya Lun. Análisis Estadístico. Mc. GRAW-HILL. Ültima edición. 1991
- Ferreiro, O.; Fernández de la Reguera, P., "La estadística, una ciencia de la controversia", Revista Universitaria Nº 25 del ImyF. Universidad de Talca. Chile. 1988
- Flores García, Rosalinda; Lozano de los Santos, Héctor. "Estadística". Aplicada para Administración. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A.de C.V. México, 1998.
- Guzmán, M. de, *Tendencias actuales de la enseñanza de la matemática*, Studia Pedagógica. Revista de Ciencias de la Educación, 21 (1989),19-26.
- Hacking, Ian. La Domesticación del azar. Editorial Gedisa, Barcelona, España, 1995.
- Hernández Fernández, H.; Delgado Rubí, J.; Fernández de Alaiza, B.; Valverde Ramirez, L. y Rodríguez Hung, T. "Cuestiones de Didáctica de la Matemática". *Serie educación*. Homo Sapiens Ediciones, Rosario, Argentina, 1998.
- Holmes, P. Some lessons to be learnt from currículo developments in stadistics. En B. Philips (Ed.) Sixth Internacional Conference on Teaching of Statistics. Ciudad del Cabo: IASE. CD ROM. 2002
- Kazmier L.J. Estadística aplicada a la Administración y Economía. Mc.GRAW HILL 1998
- Kreyszig, Erwin. *"Introducción a la Estadística Matemática". Principios y métodos.* EDITORIAL LIMUSINA, S.A. México, Quinta reimpresión, 1981.
- Levin, Richard I. ;Rubin, David S. "Estadística para administración y economía". PEARSON Educación , México, Séptima Edición, 2004.
- Newman, J. R. Sigma. El mundo de las matemáticas. Ed. Grijalbo-Mondadori. 1997.
- Extractos del artículo de Ángel Ruiz, aparecido en el Boletín Informativo del Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM) Año 5, N° 2. Noviembre de 1997.
- Santaló,L.A., *La educación matemática, hoy* (Teide, Barcelona, 1975)
- Toranzos, Fausto I. "Teoría Estadística y Aplicaciones". Ediciones Macchi. 1997
- Willoughby S.S.- *Probability and Statistics*- Silver Burdett Company

---

[i] En adelante, con el término Estadística se denominará en forma sintética el área de la matemática que comprende Probabilidad y Estadística, identificación que queda explicada con el surgimiento de la estadística inferencial que las vincula e integra.

[ii] Batanero, Carmen. "Los retos de la cultura estadística". Congreso de Estadística. Caseros, Argentina, 2003

[iii] Miguel de Guzmán. Una consideración de fondo. ¿Qué es la actividad matemática? "Tendencias actuales de la enseñanza de la matemática", Studia Pedagógica. Revista de Ciencias de la Educación, 21 (1989)

[iv] Artículo de Guillermo Boido, a raíz del Programa de Epistemología, Lógica, Metodología e Historia de la Ciencia de la Facultad de Ciencias Exactas de la UBA. *"Historia de la ciencia y vida en la ciencia. Algunas reflexiones educativas"*. 1996.

[v] Extractos del artículo de Ángel Ruiz, aparecido en el Boletín Informativo del Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM) Año 5, N° 2. Noviembre de 1997.

[vi] Batanero, Carmen., 2003. op. cit.

[vii] Hernández Fernández, Delgado Rubí, Fernández de Alaiza, Valverde Ramirez y Rodríguez Hung. "Cuestiones de Didáctica de la Matemática". *Serie educación*. Homo Sapiens Ediciones. 1998, Rosario, Argentina. pp. 7-8.

[viii] Hernández Fernández, H. y otros (1998). P.21.

[ix] Holmes, P. (2002). Some lessons to be learnt from currículo developments in stadistics. En B. Philips (Ed.) Proceedings of the Sixth internacional Conference on Teaching of Statistics. Ciudad del Cabo: IASE. CD ROM.

[x] Gal, I. (2002). Adut´s statistical literacy. Meanings, componentes, responsibilities. International Statistical Review, 70 (1), pp: 2-3

[xi] Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thimking in empirical enquiry. International Statistical Review, 67 (3), pp: 223-265

[xii] Cortada de Kohan, Nuria y Carro, José Manuel. "Estadística aplicada". Ediciones previas/Psicología. EUDEBA, Buenos Aires, 1968. p. 3.

[xiii] Levin, Richard I. y Rubin David S. "Estadística para administración y economía".PEARSON Educación. 7° edición. México, 2004. p.3.

[xiv] Hacking, Ian. La Domesticación del azar. Editorial Gedisa, Barcelona, España, mayo 1995. p. 49.

[xv] Ferreiro, Osvaldo y Fernández de la Reguera, Pedro, "La estadística, una ciencia de la controversia". Revista Universitaria Nº 25. Instituto de Matemáticas y Física. Universidad de Talca. Chile. (1988)

[xvi] Flores García, Rosalinda; Lozano de los Santos, Héctor. "Estadística". Aplicada para Administración. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. México, 1998. p. 2.

[xvii] Leonard J. Kazmier. Estadística aplicada a la Administración y Economía. Tercera edición. Mc. GRAW HILL. (1998)

[xviii] Yule, G.O. y Kendall N.G. "Introducción a la Estadística Matemática. Ed. Aguilar, Madrid 1947. Citado por Cortada de Kohan, N. "Diseño Estadístico". EUDEBA, Bs. As. 1994. p. 23.

[xix] Gini C. "Curso de estadística. Editorial Labor, Barcelona 1953, citado por Cortada de Kohan, Nuria (1994). p.24.

[xx] Cortada de Kohan, Nuria (1994).

[xxi] Alvarez Alva, Rafael. “Salud Pública y Medicina Preventiva”. Editorial El Manual Moderno. México, 1991. pp 121-122.
[xxii] Chou Ya Lun. Análisis Estadístico. Mc. GRAW-HILL. Ültima edición. 1991
[xxiii] Kreyszig, Erwin. *“Introducción a la Estadística Matemática”. Principios y métodos.* EDITORIAL LIMUSINA, S.A. México, Quinta reimpresión, 1981. pp.17 y 18.
[xxiv] Toranzos, Fausto I. “Teoría Estadística y Aplicaciones”. Ediciones Macchi. 1997. pp.7 y 8.
[xxv] Toranzos, Fausto I. Op. cit.. p.3.
[xxvi] Flores García, Rosalinda; Lozano de los Santos, Héctor. “Estadística”. Aplicada para Administración. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A.de C.V. México, 1998. p. 1
[xxvii] Cortada de Kohan, N. y Carro, J. M. “Estadística aplicada”. EUDEBA, Bs As. 1968. p. 3.
[xxviii] Hacking, Ian. La Domesticación del azar. Editorial Gedisa, Barcelona, España, mayo 1995. p.9.
[xxix] Levin, Richard I. ;Rubin, David S. OP.cit. p.3.
[xxx] Newman, James R. “Sigma. El mundo de las matemática”. Ed. Grijalbo. T 3. Parte 2. pp. 104
[xxxi] Hacking, Ian (1995) .Op.cit . pp. 36 y 37
[xxxii] Cortada de Kohan, Nuria y Carro, José Manuel. Op. cit. pp. 4 y 5.
[xxxiii] Rafael Ferrer Torío, 2001. Catedrático de Universidad de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría. Universidad de Cantabria.
[xxxiv] Toranzos, Fausto I. Op. cit. p. 5.
[xxxv] Kreyszig, Erwin. *“Introducción a la Estadística Matemática”. Principios y métodos.* EDITORIAL LIMUSINA, S.A. México, Quinta reimpresión, 1981. pp.19 y 20.

ÍNDICE

Presentación	1
Fundamentación	3
El Rol de la Historia	3
Modelos de Construcción y Adquisición del Conocimiento	6
Teorías del Aprendizaje	6
Método Genético	13
Síntesis	19
La enseñanza de la Estadística	22
Desarrollo de la Investigación	25
Reseña Histórica	25
Origen de la palabra estadística	25
Algunas definiciones de Estadística	27
Desarrollo de la Ciencia Estadística	30
Hitos Principales	31
Autores que contribuyeron al desarrollo de la Estadística	47
Síntesis Evolutiva	58
Hechos que se destacan	60
Análisis de Investigaciones	61
Diseño Metodológico	67
Estructura del Diseño Metodológico	67
Modelo de aplicación del diseño	68
1- La selección de temas y sus alcances	70
2- Red conceptual	71
3- Génesis y desarrollo histórico	72
4- Planteo de los objetivos	78
5- Selección de estrategias	79
6- Actividades	80
7- Ejemplo de implementación en el aula de la distribución Normal	80
Distribución Normal como límite de la distribución Binomial	80
Distribución Normal como "Ley del error" de medidas físicas	85
8- Evaluación	90
Conclusiones	91
Anexos	92
Bibliografía	101
Libros	101
Investigaciones	103
Páginas Web	104
Proyecto Original	105
Artículo aceptado para su publicación	108